

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一學期期末考高三數學 B 乙試題卷

三年_____班_____號，姓名：_____

本次考試滿分為 105 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

一、單選題（每題 7 分，共 35 分）

說明：第 1 至 5 題為單選題，每題有五個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 滿足不等式 $\frac{1}{114} \leq (\sqrt{10})^x \leq 2025$ 的整數 x 共有多少個？

- (1) 10 個 (2) 11 個 (3) 12 個 (4) 13 個 (5) 14 個。

2. 已知數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{114}$ 中每一項皆為 $0, 1, -1, 5, -5$ 其中一數，則乘積 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{114}$ 有幾種可能的值？

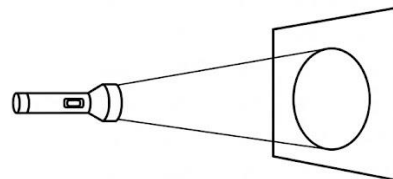
- (1) 229 (2) 230 (3) 231 (4) 232 (5) 233。

3. 一圓形指針時鐘，其中心為定點 O 。將該時鐘置於平面上，以 O 為圓心畫一圓 C 。先將時鐘調至 12 點整，此時時針與分針重疊，並記圓 C 上指針所指方向與圓 C 的交點為 A_0 。接著持續順時針調整時間，每當時針與分針再次重疊時，皆在圓 C 上記錄指針所指方向與圓 C 的交點，依序標記為 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 直到時針與分針再次回到 12 點整重疊為止。若 安妮亞 將圓形蛋糕的中心與點 O 重合，並沿著所有射線 $OA_0, OA_1, OA_2, \dots$ 切開蛋糕，則每一塊小扇型蛋糕的圓心角為多少度？

- (1) $\frac{2\pi}{9}$ (2) $\frac{2\pi}{10}$ (3) $\frac{2\pi}{11}$ (4) $\frac{2\pi}{12}$ (5) $\frac{2\pi}{13}$

4. 已知某手電筒照射的光線為直圓錐狀。若 小綠 適當旋轉或移動班牌使手電筒照射在班牌上，觀察被照亮的區域邊緣所形成的圖形，如下圖手電筒垂直班牌可照出一個圓，則下列選項中的圖形，哪一個 不可能 是被照亮的區域邊緣所形成的圖形？

- (1) 直線 (2) 橢圓 (3) 拋物線的一部份 (4) 雙曲線的一部份



5. 設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 是首項為 1 且公比為 $10\sqrt{10}$ 的等比數列。試問滿足不等式 $\log a_1 - \log a_2 + \log a_3 - \log a_4 + \dots + (-1)^{n+1} \log a_n \geq 24$ 的項數 n 之最小值為何？

- (1) 30 (2) 31 (3) 32 (4) 33 (5) 34。

二、多選題（每題 7 分，共 21 分）

說明：第 6 至 8 題為多選題，每題有五個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{5-2k}{5}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 設 $f_1(x), f_2(x)$ 為實係數三次多項式， $g(x)$ 為實係數二次多項式，已知 $f_1(x), f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式分別為 $r_1(x), r_2(x)$ ，請問下列敘述何者是正確的？

- (1) $r_1(x)$ 為一次多項式 (2) $f_1(x)+115$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)+115$
 (3) $2026f_1(x)$ 除以 $1013g(x)$ 的餘式為 $2r_1(x)$ (4) $f_1(x)f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)r_2(x)$
 (5) $f_1(x)f_2(x)-r_1(x)r_2(x)$ 可以被 $g(x)$ 整除。

7. 假設地球為一半徑 r 的球體，有一質點 A 自 P 點沿著該地所在經線往北移動，抵達北極點時移動所經過的弧線之長度為 $\frac{\pi}{6}r$ 。另外一質點 B 自 Q 點沿著該地所在緯線往東移動 πr 會繞該緯線一圈回到 Q 點。若將地球球心作為原點 O ，赤道置於 xy 平面，經線 0° 置於 xz 平面，經度以東為正，以西為負，緯度以北為正，以南為負，建立空間坐標系統， P 、 Q 兩點在 xy 平面的投影點 P' 、 Q' ， $\overline{P'Q'} = \frac{\sqrt{2}}{2}r$ ，請問下列敘述何者是正確的？

- (1) P 點在北緯 30° (2) Q 點在北緯 60° (3) P 、 Q 兩點的空間坐標之 x 坐標可能異號
 (4) 三角形 $OP'Q'$ 的面積為 $\frac{1}{4}r^2$ (5) 若 P 點在經線 0° 上，則 Q 點坐標為 $(0, \pm\frac{1}{2}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r)$

8. 小綠欲進行一物理實驗來確定某運動之距離 d 與時間 t 的平方或立方成正比，所得數據如下表：

時間 t (秒)	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25
距離 d (呎)	0.92		9.81	15.48	23.39	40.14	48.55	53.65	70.95

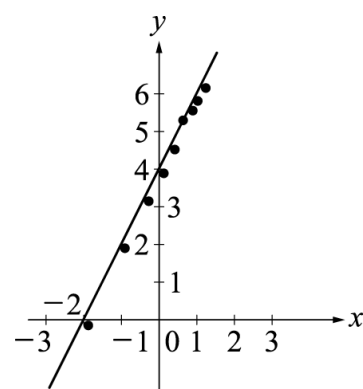
為探索該運動的距離與時間之關係，令 $x = \log_2 t$ ， $y = \log_2 d$ ，即將上述的數據 (t, d) 分別取以 2

為底的對數變換，例如： $(t, d) = (4, 128)$ 變換後成為 $(x, y) = (2, 7)$ 。已知變換後的數據

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_9, y_9)$ 之散佈圖及以最小平方法所求得變數 y 對變數 x 的最適合直線

(或迴歸直線) 為 $y = ax + b$ ，如右下圖所示。試問下列敘述哪些是正確的？

- (1) x 與 y 的相關係數等於 1 (2) $a = 1$ (3) $b > 3$
 (4) 她可以由最適合直線推論此運動之距離最可能與時間的立方約略成正比
 (5) 若小綠的實驗數據漏抄了 0.5 秒時的運動距離，她可估算 d 必為 5 呎。



三、填充題（每題 7 分，共 42 分）

說明：第 9 至 14 題為填充題，每題須全部答對才給分，答錯不倒扣。答案請化成最簡分數。

9.秀知院學園的學生會室裡，白銀御行會長遞給了四宮輝夜一張標準的 A4 紙張。白銀說道：「四宮，這張紙隱藏著一種『不變的愛』。我們都知道 A 系列紙張（A4, A3 等）有一個稱為白銀比例的幾何性質：『將紙張沿著長邊對折裁切後，新產生的矩形與原矩形相似（長寬比相同）』。」隨後白銀將這張 A4 紙經過巧妙的摺疊，摺成了一顆愛心送給四宮，設這張紙的長邊長度為 x ，短邊長度為 y 。

則 $(\frac{x}{y})^{100}$ 為 _____ 位數。 $(\log 2 \approx 0.3010)$

10.設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$ ，且 A^{-1} 為方陣 A 的乘法反方陣，則 $A^9 - 4A^{-1} =$ _____。

11.坐標平面上，已知 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 4$ ， $\vec{c} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$ ，若 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 92$ ，則 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} =$ _____。

12.已知實係數三次多項式 $f(x)$ 除以 $x-1$ 得商式 $q(x)$ 和餘式 2。若 $y = q(x)$ 圖形在 $x=1$ 有最小值 3，則

$y = f(-x) + 2$ 圖形的對稱中心坐標為 _____。

13.袋中有藍、綠、黃三種顏色的球共 10 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球（每顆球被抽中的機率相等），已知

抽出的兩顆球皆為藍色的機率為 $\frac{1}{15}$ ，皆為綠色的機率為 $\frac{2}{9}$ ，若從袋中隨機抽出兩顆球是相同顏色的條件

下，則此兩顆球皆為黃色的條件機率為 _____。

14.坐標平面上， O 為原點，直線 L 通過 $A(0,6)$ 、 $B(8,0)$ 兩點。已知 $m > 0$ ，若直線 $M: y = mx + 1$ 可將三角形

ABO 分成凸四邊形與三角形，其中凸四邊形可外接於一圓，則兩直線 L, M 的交點為 _____。

四、計算題（7 分）

說明：15 為計算題答對者得 7 分，需詳細寫出計算過程。

15.如下圖，在一個長方體房間中，要圭(左側人物)和青峰葉流火(右側人物)各自站在牆邊，牆上皆為全等的矩形，已知要圭身高 172 公分，頭頂位置比起牆壁由下往上數第 7 個矩形上緣還要高出 11 公分，而青峰葉流火頭頂位置比起牆壁由下往上數第 8 個矩形上緣還要高出 1 公分，試問青峰葉流火的身高為多少公分？



臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一學期期末考高三數學 B 乙答案卷

三年_____班_____號，姓名：_____

本次考試滿分為 105 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
2. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

一、單選題（每題 7 分，共 35 分）

題號	1	2	3	4	5
答案					

二、多選題（每題 7 分，共 21 分）

題號	6	7	8
答案			

三、填充題（每題 7 分，共 42 分）

題號	9	10	11	12	13	14
答案						

四、計算題（7 分）

題號	作答區
15	

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一學期期末考高三數學 B 乙答案卷

三年_____班_____號，姓名：_____

本次考試滿分為 105 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
2. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

一、單選題（每題 7 分，共 35 分）

題號	1	2	3	4	5
答案	2	3	3	1	4

二、多選題（每題 7 分，共 21 分）

題號	6	7	8
答案	25	235	3

三、填充題（每題 7 分，共 42 分）

題號	9	10	11	12	13	14
答案	16	$\begin{bmatrix} 255\sqrt{3} & 255 \\ 255 & -255\sqrt{3} \end{bmatrix}$	140	$(-1, 4)$	$\frac{1}{14}$	$(\frac{12}{5}, \frac{21}{5})$

四、計算題（7 分）

題號	作答區
15	設<u>青峰葉流火</u>身高 x 公分 $172-11: x-1=7:8$(3 分) $7(x-1)=8 \times 161$ $x-1=8 \times 23=184$ $x=185$ 所求為 185 公分(4 分)