

市立臺中一中 114 學年度第一學期第二次段考 高二數學 B 試題

請於答案卷上正確填寫班級、姓名、座號、卷別，若填寫錯誤，扣 10 分。

(可能用到的數值： $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$)

一、多重選擇題：(每題 5 分，答錯一個選項得 3 分，錯兩個得 1 分，其餘情形得 0 分)

1. 請選出正確的選項。(1) $\log_{\sqrt{6}} 36 = 4$ (2) $\log_{2\sqrt{2}} 0.25 = -3$ (3) $8^{\log_2 3} = 9$ (4) $\log_6 12 + \log_6 18 = 3$

(5) $4\log 2 - \log 8 = \log_{100} 2$ 。

2. 下列選項中的數值，哪些小於 1？

(1) $\log_2 3.14$ (2) $\log 3 + \log 4$ (3) $(\log 7)^2$ (4) $3^{-\sqrt{3}}$ (5) $2^{0.01}$ 。

3. 請選出正確的選項。

(1) $19^{0.3} > 18^{0.3}$ (2) $\left(\frac{1}{19}\right)^{0.3} > \left(\frac{1}{18}\right)^{0.3}$ (3) $\left(\frac{1}{19}\right)^{0.3} > \left(\frac{1}{19}\right)^{0.4}$ (4) $\log \frac{1}{19} > \log \frac{1}{18}$ (5) $\left(\log \frac{1}{19}\right)^2 < \left(\log \frac{1}{18}\right)^2$ 。

4. 設 a, b, c 皆為正實數，且 $3^a = 4^b = 5^c$ ，請選出正確的選項？

(1) $a < b < c$ (2) $3a < 4b$ (3) $4b > 5c$ (4) $2a > 3c$ (5) $3b < 4c$ 。

5. 設 $0 < a < 1$ ，請選出正確的選項。(1) $a^a < 1$ (2) $a^a < a$ (3) 設 m, n 為兩實數，則 $a^{\frac{m+n}{2}} \leq \frac{a^m + a^n}{2}$

(4) 設 m, n 為兩實數且 $a^{m^2} > a^{n^2}$ ，則 $m < n$ (5) 對任意實數 x ， $a^{x^2} < a^{x-1}$ 恆成立。

二、填充題：(每格 5 分)

6. 對任意實數 x ， 16^{x^2+x+1} 的最小值為 ___(A)___。

7. 方程式 $\log_2(1 + \log x) = 2$ ，則 $x =$ ___(B)___。

8. 設 a, b 皆為正整數，若 $a \log_{2025} 3 + b \log_{2025} 5 = \frac{3}{2}$ ，則數對 $(a, b) =$ ___(C)___。

9. 設 a, b 皆為正實數， $\log a = 3 - 2\log 5 + \log 3$ 且 $\log b = 3\log 2 + \log 5$ ，則 $a + b =$ ___(D)___。

10. $\log_{16} \left(\sqrt{9+4\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}} \right) = \text{___(E)___}$ 。(化為最簡分數)

11. 滿足不等式 $\log_{\frac{1}{2}} (\log_2 (\log x)) \geq 0$ 的整數 x 有 ___(F)___ 個。

12. 已知函數 $y = \log_2 x$ 圖上有 A, B 兩點，其 x 坐標分別為 3 與 12，則 $\overline{AB}$ 的長為 ___(G)___。(化為最簡根式)

13. 設 a 為實數，已知兩函數 $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ 與 $g(x) = ax^2$ 的圖形相交於相異兩點 A, B ，且 $\overline{AB} = 3$ ，則 $a = \text{___(H)___}$ 。(化為最簡根式)

14. 設 $x = \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}}$ ，則 $\log_3 (x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 6) = \text{___(I)___}$ 。

15. 遺忘曲線是用來表達長期記憶之遺忘率的一種曲線，最早由心理學家艾賓豪斯經由實驗提出，如果不及時複習，這些記過的知識就會遺忘，且每個人的遺忘率不同。若小泰每過 1 個小時，僅記得 1 小時前的三分之二的內容，試回答下列問題：

(1) 小泰一開始記了 27 個新的英文單字，3 個小時後記得的新單字剩下 ___(J)___ 個。

(2) 承(1)，小泰經 ___(K)___ 個小時後（取至整數）記得的新單字會少於 1 個。

16. 已知 $y = x^{2-\log x}$ ，試回答下列各小題：

(1) 設 $A = \log x$, $B = \log y$ ，則 $B = \text{___(L)___}$ 。(答案以 A 表示)

(2) 承(1)，設 $1 \leq x \leq 1000$ ，則 A 的範圍為 ___(M)___。

(3) 承(2)，設 y 的最大值為 M 、最小值為 m ，則數對 $(M, m) = \text{___(N)___}$ 。(化為最簡分數)

17. 設 $\log \frac{8}{9} = x$ ， $\log \frac{80}{81} = y$ ，且 $\log \frac{12}{5} = px + qy + r$ （其中 p, q, r 皆為有理數），

則序對 $(p, q, r) = \text{___(O)___}$ 。(化為最簡分數)

市立臺中一中 114 學年度第一學期第二次段考 高二數學 B 試題 答案卷

請於答案卷上正確填寫班級、姓名、座號、卷別，若填寫錯誤，扣 10 分。

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

1	2	3	4	5
(1)(4)	(3)(4)	(1)(3)	(2)(5)	(1)(3)(5)
A	B	C	D	E
8	1000	(6, 3)	160	$\frac{5}{8}$
F	G	H	I	J
90	$\sqrt{85}$	$\sqrt{2}$	2	8
K	L	M	N	O
9	$-A^2 + 2A$	$0 \leq A \leq 3$	$\left(10, \frac{1}{1000}\right)$	$\left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{1}{2}\right)$