

新竹市新竹女中 114 上高一第一次期中考

一、單選題

說明：第 1 題至第 2 題。

1. 試選出 $1.\overline{4} \times 3$ 的值。

(1) $4.\overline{2}$

(2) $4.\overline{3}$

(3) $4.\overline{4}$

(4) $4.\overline{5}$

(5) $4.\overline{6}$

2. 設實數 b 滿足 $(\log 1000)(\log b) + 3 \log 100 + \log b = 0$ ，試問下列哪一選項正確？

(1) $0 < b \leq \frac{1}{50}$

(2) $\frac{1}{50} < b \leq \frac{1}{40}$

(3) $\frac{1}{40} < b \leq \frac{1}{30}$

(4) $\frac{1}{30} < b \leq \frac{1}{20}$

(5) $\frac{1}{20} < b \leq \frac{1}{10}$

二、多選題

說明：第 3 題至第 5 題。

3. 已知 $a = 18$, $b = 20$, $c = 6\sqrt{10}$ 和 d , 且 d 為無理數, 將這四個數標記在數線上, 即 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $D(d)$ 。試選出正確的選項。

- (1) 若 $a + b + c + d$ 為無理數, 則點 C 與點 D 的距離為無理數
- (2) 若 $abcd$ 為無理數, 則點 C 與點 D 的距離為有理數
- (3) 點 B 與 D 的距離可能為 3
- (4) 點 A 和點 B 的中點位在點 C 的右邊
- (5) 數線上和點 A 的距離小於 5, 但與點 C 的距離大於 3 的整數點有 3 個

4. 已知 x 為實數且滿足 $3^x + 3^{-x} = 4$, 試選出正確的選項。

- (1) $(\sqrt{3})^x + (\sqrt{3})^{-x} = \sqrt{6}$
- (2) $3^x - 3^{-x} = 2\sqrt{3}$
- (3) $9^x + 9^{-x} = 16$
- (4) $9^x - 9^{-x} = \pm 8\sqrt{3}$
- (5) $27^x + 27^{-x} = 52$

5. 已知 a 與 b 均為實數且 $a < b$, 試選出正確的選項。

- (1) $\frac{2a+3b}{5}$ 是絕對值方程式 $2|x-a| - 3|x-b| = 0$ 的解

- (2) 絕對值方程式 $2|x-a| - 3|x-b| = 0$ 的解為 $\frac{2a+3b}{5}$

- (3) 若 $x = \frac{7a-2b}{5}$, 則 $a = \frac{2b+5x}{7}$

- (4) 若 A, B, P 為數線上三點, 座標分別為 $a, b, \frac{7a-2b}{5}$, 則 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 7$

- (5) 若 A, B, P 為數線上三點, 座標分別為 a, b, x , 若 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 7$, 且點 P 不在 $\overline{AB}$ 上, 則 $x = \frac{7a-2b}{5}$

三、填充題

說明：第 6 題至第 14 題。

6. 已知 $(1 - 2\sqrt{3})^3 = x + y\sqrt{3}$, 其中 x, y 均為有理數, 則數對 $(x, y) = [\quad]$ 。

7. 求 $\left(6\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{16}{81}\right)^{-0.25} + \sqrt[3]{5^{\frac{9}{2}} \times \sqrt{5^{-3}}}$ 的值為【 】。

8. 介在 $\sqrt{4+\sqrt{3}}$ 與 $\frac{11}{\sqrt{13-4\sqrt{3}}}$ 之間的整數共有【 】個。

9. 若絕對值不等式 $3 \leq |x-a| < 4$ 的解為 $-3 < x \leq -2$ 或 $b \leq x < c$ ，則序對 $(a, b, c) =$ 【 】。

10. 設 $a > 0$ 為實數，已知 $a^{\frac{3}{2x}} = 8$ ，試估算 a^{50x} 是【 】位數。

11. 承 10.，將 a^{50x} 表成 $a^{50x} = b \times 10^n$ ，其中 $1 \leq b < 10$ ， n 為整數。若 $k \leq b < k+1$ ， k 為正整數，則 $k =$ 【 】。

3

12. 絕對值不等式 $2|x-4| + x < 10$ 的解為【 】。

13. 某機構在 12 點時將兩種不同的營養劑分別投入培養皿甲與培養皿乙中，此時甲、乙益菌數量分別為 X, Y 。已知甲的數量每小時成長為原來的 A 倍，乙的數量每小時成長為原來的 B 倍，測量所得結果部分記錄於下表。例如：15 點時甲的數量為 $2X$ ，14 點時乙的數量為 $2Y$ ，16 點時乙的數量為 $4Y$ 。該機構在 18 點時測量發現甲、乙的數量相同。

時刻(點)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
甲數量	X			$2X$									
乙數量	Y		$2Y$		$4Y$								

若在 19 點時，乙的數量為甲的 2^k 倍，則實數 k 為【 】。

14. 線段上有四點 $A(10), B(30), C(-10), D(x)$ ，其中 x 為實數。已知線段 $\overline{AD}, \overline{BD}, \overline{CD}$ 長度大小關係為 $\overline{AD} < \overline{BD} < \overline{CD}$ ，則 x 的範圍為【 】。

四、偵錯說明題

說明：第 15 題至第 18 題。

15. 愛好數學社的社長小軒找了一道有趣的題目，想與社員小彥和小聖分享，題目如下：設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，且 a 與 b 都是整數，滿足 $ab = 4$ 。試求 $a + 2b$ 的最小值，且此時 a 與 b 的值分別為何？

以下是小彥的解法；因為 a 與 b 都是正整數，滿足 $ab = 4$ ，符合上述情況有 3 種，並將此 3 種情況逐一算出 $a + 2b$ 之值。結果如下表：

a	1	2	4
b	4	2	1
$a + 2b$	9	6	6

故當 $a = 2$ 、 $b = 2$ 與 $a = 4$ 、 $b = 1$ 這兩種情況時， $a + 2b$ 有最小值 6。試問：你覺得小彥的解法正確嗎？若你覺得正確請勾選「正確」；若你覺得不正確，請勾選「不正確」。

☐ 正確 ☐ 不正確

16. 承 15.，若將題目中「 a 與 b 都是整數」的條件刪除，即題目如下：設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，滿足 $ab = 4$ 。試求： $a + 2b$ 的最小值，且此時 a 與 b 的值分別為何？試問：你覺得小彥的解法在這裡適用嗎？若你覺得適用，請勾選「適用」；若你覺得不適用，請勾選「不適用」，並提供一個正確的解法，求出問題的答案。

☐ 適用 ☐ 不適用

17. 承 15.，若將題目中「 a 與 b 都是整數」的條件換成「 a 與 b 都是有理數」的條件， $a + 2b$ 的最小值會改變嗎？小聖說：「會改變。」以下為小聖的解法：因為 $a > 0$ ， $b > 0$ ，由算幾不等式

$\frac{a+2b}{2} \geq \sqrt{a(2b)} = \sqrt{2ab}$ ，又 $ab = 4$ ，故可推得 $\frac{a+2b}{2} \geq 2\sqrt{2}$ ，即 $a + 2b$ 有最小值 $4\sqrt{2}$ 。試問：你覺得小聖的解法在這道題目中適用嗎？若你覺得適用，請勾選「適用」；若你覺得不適用，請勾選「不適用」，並說明不適用的理由。

☐ 適用 ☐ 不適用

18. 承 17.，小彥說：「因為整數也是有理數，所以，若 a 與 b 都是有理數時， $a + 2b$ 的最小值為 6。」試問：你覺得小彥的說法正確嗎？若你覺得正確請勾選「正確」；若你覺得不正確，請勾選「不正確」。並說明不正確的理由。

☐ 正確 ☐ 不正確

參考答案

1. 2 2. 3

3. 45 4. 145 5. 1345

6. (37, -30)

7. 9

8. 2

9. (1, 4, 5)

10. 31

11. 1

12. $-2 < x < 6$

13. $\frac{1}{6}$

14. $10 < x < 20$

15. 正確

16. 不適用

17. 不適用

18. 不正確