

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一學期第二次期中考高三數學乙試題卷

※ 本試卷中 $i = \sqrt{-1}$ ， $\bar{z}$ 表示 z 的共軛複數

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

說明：第 1 至 4 題為單選題，每題答對者得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

1. 已知複數 $z = 2 - 4i$ ，則 $|z - \bar{z}|$ 的值為何？

- (1) 0 (2) 2 (3) 4 (4) 6 (5) 8

2. 若 α, β 為方程式 $x^2 + 6x + 2 = 0$ 的兩根，則 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 的值為何？

- (1) -10 (2) -6 (3) -2 (4) $-6 - 2\sqrt{2}$ (5) $-6 + 2\sqrt{2}$

3. 在複數平面上，所有滿足方程式 $|z - 2i| : |z + i| = 2:1$ 的複數 z 形成的圖形為何？

- (1) 點 (2) 直線 (3) 圓 (4) 拋物線 (5) 沒有圖形

4. 設三次實係數多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，已知 a, b, c, d 依序成等差數列，且 $f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(0, 4)$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 的唯一實根在哪個選項的區間內？

- (1) $(-3, -2)$ (2) $(-2, -1)$ (3) $(-1, 0)$ (4) $(0, 1)$ (5) $(1, 2)$

二、多選題（每題 10 分，共 40 分）

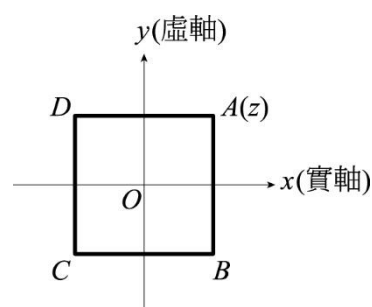
說明：第 5 至 8 題為多選題，每題各有五個選項。每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算。

5. 若 a 為實數、 z_1, z_2 為複數，請選出正確的選項。

- (1) $(\sqrt{a})^2 = a$
(2) 若 $z_1 - z_2 > 0$ ，則 $z_1 > z_2$
(3) 若 $z_1^2 < 0$ ，則 $z_1 + \bar{z}_1 = 0$
(4) 若 $\bar{z}_1 = -z_1$ ，則 z_1 為純虛數
(5) 若 $z_1 + \bar{z}_2 = a$ ，則 $\bar{z}_1 + z_2 = a$

6. 如圖，正方形 $ABCD$ 的兩邊分別平行實軸與虛軸，其中心為原點 O ，設 A 點所對應的複數為 z ，請選出正確的選項。

- (1) $\overline{OA} = |z|$
(2) 正方形的面積為 $4|z|^2$
(3) B 點所對應的複數為 $\bar{z}$
(4) C 點所對應的複數為 $-z$
(5) D 點所對應的複數為 $i\bar{z}$



7. 設實係數多項式 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ ，已知 $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 2，且 $f(2) = 2$ ，請選出正確的選項。

- (1) $(a, b) = (5, -6)$
- (2) $f(x)$ 除以 $(x - \frac{3}{2})$ 的餘式為 $-\frac{3}{16}$
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ 在區間 $(1, 2)$ 無實根
- (4) 方程式 $f(x) = 0$ 有兩實根及兩虛根
- (5) 方程式 $f(x) = 0$ 四根之和為 0

8. 已知 $p+4i$ 與 $3+qi$ (其中 p, q 為實數，且 $q \neq 0$) 為實係數多項式方程式 $f(x) = x^3 + ax^2 + 37x + b = 0$ 的兩根，請選出正確的選項。

- (1) $(p, q) = (3, 4)$
- (2) 多項式 $f(x)$ 可被 $x^2 - 6x + 25$ 整除
- (3) $(a, b) = (-8, -50)$
- (4) 方程式 $f(x) = 0$ 的唯一實根為 2
- (5) 方程式 $f(x^2) = 0$ 有四實根及兩虛根

三、填充題（每題 5 分，共 40 分）

說明：第 9 至 16 題為填充題，每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。答案請化成最簡分數。

9. 求 $1 + 2i^2 + 4i^4 + 6i^6 + 8i^8 + 10i^{10} + 12i^{12} =$ _____。

10. 求 $\frac{6-8i}{1-i} - \frac{1}{i} =$ _____。

11. 若 $z = 1+i$ ，則 $z^8 =$ _____。

12. 已知 $7-2i$ 為方程式 $x^3 - 12x^2 + 25x + 106 = 0$ 的一個根，則此方程式的實根為_____。

13. 設實係數二次多項式方程式 $x^2 - (2a - 3)x + (a + \frac{1}{2}) = 0$ 有兩相異負根，則 a 的範圍為_____。

14. 若 a 實數，且二次函數 $f(x) = x^2 - 2ax + (a - 2)^2$ 在區間 $(0, 1)$ 恰有一實根，則 a 的範圍為_____。

15. 設複數 z 的虛部不為 0 且 $|z| = 1$ ，已知 $\frac{z^3 - z}{z - 1}$ 為實數，若 $z = a + bi$ (a, b 為實數)，則 $(a, b) =$ _____。

16. 設實係數多項式方程式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 有一根為 $1 + i$ ，且方程式 $g(x) = x^2 + ax + 2 = 0$ 有一根為 α ，若 α 為 $f(x) = 0$ 和 $g(x) = 0$ 唯一的公共根，則 $\alpha =$ _____。

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一學期第二次期中考高三數學乙答案卷

三年_____班_____號，姓名：_____

作答說明：

1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
2. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

題號	1	2	3	4
答案				

二、多選題（每題 10 分，共 40 分）

題號	5	6	7	8
答案				

三、填充題（每題 5 分，共 40 分）

題號	9	10	11	12	13	14
答案						
題號	15	16				
答案						

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一學期第二次期中考高三數學乙答案卷

三年_____班_____號，姓名：_____

作答說明：

3. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
4. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

題號	1	2	3	4
答案	5	4	3	5

二、多選題（每題 10 分，共 40 分）

題號	5	6	7	8
答案	135	134	25	234

三、填充題（每題 5 分，共 40 分）

題號	9	10	11	12	13	14
答案	7	7	16	-2	$-\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2}$	$1 < a < 5$ ， 但 $a \neq 2$
題號	15	16				
答案	$(-\frac{1}{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2})$	1				