

新竹市新竹高中 114 上高一第一次期中考

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

1. 若 a 、 b 、 c 皆為實數，請選出錯誤的選項。

- (1) 若 $a > b$ ，則 $ac > bc$
- (2) 若 $a > b$ ，則 $a^2 > b^2$
- (3) 若 $a > b$ ，則 $a | c | > b | c |$
- (4) 若 $a > b$ ，則 $a + b > a - b$
- (5) 若 $a > b$ ，則 $\frac{a}{b} > 1$

2. 在數線上，有五個點的坐標分別為 $A(\sqrt{11})$ 、 $B(\sqrt{13})$ 、 $C(\sqrt{15})$ 、 $D(\sqrt{17})$ 、 $E(\sqrt{19})$ ，若 $a = \overline{AC}$ 、 $b = \overline{BD}$ 、 $c = \overline{CE}$ ， $\overline{AE}$ 的中點為 M ， $\overline{BD}$ 的中點為 N ，請選出正確的選項。

- (1) $a = \sqrt{15} - \sqrt{11}$
- (2) $\frac{1}{b} = \frac{\sqrt{17} + \sqrt{13}}{4}$
- (3) $a < b$
- (4) $c < b < a$
- (5) M 在 N 的左邊且 N 在 C 的左邊

3. 已知 $x > 0$ 、 $y > 0$ ，請選出正確的選項。

(1) $x + \frac{4}{x}$ 之最小值為 4

(2) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 之最小值為 2

(3) $x + \frac{1}{x-1}$ 之最小值為 3

(4) $x^2 + \frac{4}{x^2+2}$ 之最小值為 2

(5) 若 $x + 2y = 4$ ，則 $3^x + 9^y$ 之最小值 27

1

4. 請選出正確的選項：(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$)

(1) 將 20250923 化成科學記號，並以 3 位有效數字表示的結果為 2.025×10^7

(2) 4^{50} 是 30 位正整數

(3) 3^{-20} 從小數點後第 20 位開始出現不為 0 的數字

(4) 若 $\log k = 9.8$ ，則 k 的最高位數字為 6

(5) 若 $\log a = -23.4$ ，則 a 從小數點後第 24 位開始出現不為 0 的數字

二、填充題 (占 54 分)

說明：第 5 題至第 13 題。									
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54

5. 化簡 $10^{\frac{1}{2} \log 4 - 2 \log 3} + (0.125)^4 \cdot 4^6 = [\quad]$ 。

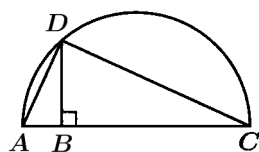
6. 計算 $3.\overline{45} \times 0.\overline{24} = [\quad]$ 。(以最簡分數表示)

7. 在數線上，已知 $A(x)$ ， $B(y)$ 為數線上兩點，且 $x < y$ 。點 $P(17)$ 在 $\overline{AB}$ 上，點 $Q(47)$ 在 $\overline{AB}$ 外，且滿足 $\overline{AP} : \overline{BP} = \overline{AQ} : \overline{BQ} = 5 : 3$ ，則數對 $(x, y) = [\quad]$ 。

8. 已知 a 是有理數，且 $\sqrt{21} - 12\sqrt{3} + a\sqrt{31} - 3\sqrt{48}$ 也是有理數，則 $a = [\quad]$ 。

9. 求滿足方程式 $|x - 1| + 2|x - 3| = x + 4$ 的所有 x 值之總和為【 $\quad$ 】。

10. 如圖， $\overline{AB} = 1 + \sqrt{2}$ ， $\overline{BC} = 6 + 4\sqrt{2}$ ， B 在 $\overline{AC}$ 上，以 AC 為直徑作半圓，並過 B 作垂直於 $\overline{AC}$ 的直線交半圓於 D 點。若 $\overline{AD} = a + b\sqrt{2}$ （其中 a, b 為有理數），則數對 $(a, b) = [\quad]$ 。



11. 若 $x = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}}$ ，則 $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = [\quad]$ 。

12. 若實數 a 滿足 $17^{17} = a \times 17^{16} + 17^{15}$ ，則 $\frac{a}{18} = [\quad]$ 。

13. 設 a, b, c 均為實數， $a \neq 0$ ，若不等式 $b \leq |ax + 3| \leq c$ 的解為 $-7 \leq x \leq -2$ 或 $5 \leq x \leq 10$ ，則 $a + b + c$ 之值為【 $\quad$ 】。

三、計算題（占 22 分）

說明：第 14 題至第 16 題。

14. 設兩正數 $a = \sqrt{7} + \sqrt{5}$ 、 $b = \sqrt{7} - \sqrt{5}$ ，試求下列各值。

(1) $a^3 + b^3 = ?$ (3 分)

(2) $a^6 + b^6 = ?$ (3 分)

(3) 若 $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^6 = P + a$ 且 P 為正整數， $0 \leq a < 1$ ，則 $P = ?$ (3 分)

15. 生物學家發現一種新型細菌數量每經過 1 日增加 a 倍，且 2 日後細菌數為 500 個， $4\frac{1}{2}$ 日後細菌數為 121500 個，則

(1) 試選出 a 之值。(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 8 (E) 10 (單選，2 分)

(2) 試求 5 日後細菌數。(3 分)

16. 若某商品年銷售量 x (公噸) 與廣告行銷費用 m (萬元) 滿足

$$x = 4 - \frac{k}{m+1}, m \geq 0, \text{ 若不行銷時 (即 } m = 0) \text{ 年銷量為 2 公噸。}$$

該產品每年不管生產幾公噸需花費固定成本 8 萬元，而每生產 1 公噸需再增加成本 16 萬元。廠商將每公噸產品的銷售價格定為每公噸產品之年平均生產成本的 1.5 倍。試回答下列問題：

(1) 求 k 的值。(2 分)

(2) 將該產品的年銷售利潤 P (萬元) 表示為廣告行銷費用 m (萬元) 的函數。(即用 m 表示利潤)(3 分)

註：利潤等於收入減去成本及行銷費用

(3) 求使年銷售利潤最大時的廣告行銷費用以及最大利潤為何?(3 分)

參考答案

1. 12345 2. 1245 3. 12 4. 45

5. $\frac{11}{9}$

6. $\frac{38}{45}$

7. (7, 123)

8. $-\frac{2}{3}$

9. $\frac{25}{4}$

10. (3, 2)

11. 4

12. $\frac{16}{17}$

13. 22

14. (1) $44\sqrt{7}$; (2) 13536; (3) 13535

15. (1) D ; (2) 364500

16. (1) 2; (2) $P(m) = 36 - \left(m + \frac{16}{m+1}\right)$; (3) $m = 3$, 最大利潤為 29(萬元)