

※請正確劃記班級、座號、科目代碼，未劃記或劃記錯誤，扣 5 分。

※總分超過 100 分以 100 分計。

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 $f(x)$ 是三次實係數多項式，且 $f(x) > 0$ 的解為 $-5 < x < 1$ 或 $x > 5$ ，若 $f(2x+3) > 0$ 的解為 $a < x < b$ 或 $x > c$ ，則 $a+b+c$ 的值為下列哪一個選項？
(1) -4 (2) -1 (3) 1 (4) 5 (5) 11
2. 若多項式 $f(x) = (x^3 - 3x^2 + x + 2)^5$ ，則 $f(x^2)$ 展開後的偶數次項係數和為
(1) -729 (2) -364 (3) -31 (4) 1 (5) 365
3. 若 $f(x)$ 為一次函數、 $g(x) = -3x^2 + 9x + 10$ ，且 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在 $-2 \leq x \leq 1$ 的範圍內的最大值減最小值的值相同，則 $f(x)$ 可為下列哪個選項？
(1) $3x - 2026$ (2) $6x - 2026$ (3) $9x - 2026$ (4) $12x - 2026$ (5) $15x - 2026$

二、多選題（占 50 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 8 分；答錯 2 個選項者，得 6 分；答錯 3 個選項者，得 4 分；答錯 4 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯 5 個選項者，該題以零分計算。

4. 下列關於二次不等式解的描述，試選出正確的選項。

- (1) $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的解為 $-1 < x < 3$
- (2) $x^2 - 3x + 1 < 0$ 無實數解
- (3) $x^2 - 4x + 4 > 0$ 的解為任意實數
- (4) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$ 無實數解
- (5) $x^2 - 2x + 5 \geq 0$ 的解為任意實數

5.若多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 與 $x^2 + 1$ 的餘式分別為 $x + 6$ 、 $3x - 2$ ，請選出下列敘述正確的選項。

- (1) $x^2 \cdot f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 的餘式為 $x + 6$
- (2) $x^2 \cdot f(x)$ 除以 $x^2 + 1$ 的餘式為 $3x - 2$
- (3) $f(x)$ 除以 $(x + 1)(x^2 + 1)$ 的餘式為 $3x^2 + x - 2$
- (4) $f(x)$ 除以 $(x - 1)(x^2 + 1)$ 的餘式為 $3x^2 + 3x + 1$
- (5) $f(x)$ 除以 $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$ 的餘式為 $-x^3 + 4x^2 + 2x + 2$

6.已知 $f(x)$ 為一個次數不超過 3 次的實係數非零多項式。令 $g(x) = a \cdot (x - 1)^3 + b \cdot f(x)$ ，其中 a 、 b 皆為非零實數，請選出下列敘述正確的選項。

- (1) 若函數 $y = g(x)$ 的圖形通過 $(1, 0)$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形也通過 $(1, 0)$
- (2) 函數 $y = g(x)$ 的圖形必有對稱中心
- (3) 若 $f(x) = x$ ，則 $y = g(x)$ 的圖形對稱中心 x 坐標必為 1
- (4) 若 $f(x) = x^2$ ，則 $y = g(x)$ 的圖形對稱中心 x 坐標必為 $-\frac{b}{3a}$
- (5) 若 $f(x) = x^3$ ，則 $y = g(x)$ 的圖形對稱中心 x 坐標必介於 0 和 1 之間

7.已知三次不等式 $2x^3 + (2k - 4)x^2 - (k - 2)x - k > 0$ 的解為 $x > 1$ ，試問 k 的值可以是下列哪些選項？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

8.已知 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2 = (x + 2)(x^2 - 5x + 1)$ ，若大雄使用三個相異除式 $x - p$ 、 $x - q$ 、 $x - r$ 分別對 $f(x)$ 操作連續綜合除法，得到下列三種不同的表示法：

- (i) $f(x) = (x - p)^3 + a(x - p) + b$
- (ii) $f(x) = (x - q)^3 + c(x - q)^2 + d$
- (iii) $f(x) = (x - r)^3 + m(x - r)^2 + n(x - r)$

其中 a, b, c, d, m, n 皆為非零實數，請根據上列敘述選出正確的選項。

- (1) $p = -1$
- (2) 大雄可能使用的 q 值有 2 個
- (3) 可以使用的所有 q 值之和為 2
- (4) 大雄可能使用的 r 值有 3 個
- (5) n 值必為正數

三、選填題（占 48 分）

說明：第 A~H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(⑨ ~ ⑳)。每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 將 $y = f(x) = x^2 - 2x + 5$ 的圖形向右平移 2 單位，再向下平移 3 單位，得到 $y = g(x)$ 的圖形，則 $g(x) = x^2 - \underline{\textcircled{9}} x + \underline{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 。

B. 三次函數 $y = x^3 - 6x^2 + 15x - 7$ 圖形的對稱中心為 $\underline{\textcircled{12}, \textcircled{13}}$ 。

C. 多項式 $11x^6 - 25x^4 - 23x^3 + 16x^2 - 17x - 73 \cdot 7^5$ 除以 $x - 7$ 的餘式為 $\underline{\textcircled{14}\textcircled{15}\textcircled{16}}$ 。

D. 已知二次函數 $y = f(x)$ 的圖形通過原點，且對於任意實數 t 都有 $f(1-t) = f(3+t)$ 。若 $f(x-2026)$ 的最大值為 36，則 $f(3) = \underline{\textcircled{17}\textcircled{18}}$ 。

E. 已知 $y = f(x)$ 是三次函數，其大域特徵近似於曲線 $y = 2x^3$ ，而 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 附近的局部特徵則近似於直線 $y = 5x - 6$ 。若 $f(1) = -4$ ，則 $f(3) = \underline{\textcircled{19}\textcircled{20}}$ 。

F. 已知二次函數 $f(x) = 4x^2 - 5x + 4$ 、一次函數 $g(x) = 3x - 6$ 。假設 a 、 b 為實數，若對於所有的實數 x 皆滿足 $f(x) > ax + b > g(x)$ ，則 b 的範圍為 ②①②② < b < ②③。

G. $f(x)$ 為實係數多項式，若 $(x+2) \cdot f(x)$ 除以 $x^2 + x - 1$ 的餘式為 $x - 4$ ，求 $f(\frac{x}{2})$ 除以 $x^2 + 2x - 4$ 的餘式為 ②④x - ②⑤。

H. 已知 $f(x)$ 為實係數三次多項式，且除以 $(x+1)^2$ 、 $(x-3)^2$ 的餘式分別為 $9x+9$ 、 $9x-23$ 。若 $f(x)$ 可以被 $(x+p)^2$ 整除，且 p 為整數，則 $p =$ ②⑥②⑦。

試題結束

[解答]

一、單選題

1.(1) 2.(4) 3.(4)

二、多選題

4.(5) 5.(1)(4)(5) 6.(1)(3) 7.(1)(2)(3) 8.(2)(3)(4)

三、選填題

A.6,10

B.(2,7)

C.-21

D.27

E.10

F. $-6 < b < 0$

G. $3x - 5$

H. -2