

※請正確畫記班級、座號、科目代碼，若未畫記或畫記錯誤，扣 5 分。

一、多選題：(占 40 分)

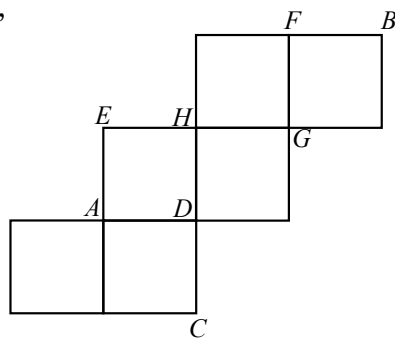
說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 3 分；答錯 3 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

1. 下列有關空間中的敘述，哪些是正確的？

- (1) 在空間中，若不共平面的兩相異直線，則此兩直線必為歪斜線。
- (2) 在空間中，兩相異直線一定有公垂線
- (3) 過平面 E 外一點 P ，有無限多個平面平行平面 E
- (4) 在空間中，相交的兩平面一定有公垂面。
- (5) 兩歪斜線在平面上的投影必定為兩相交直線或平行直線

2. 如右圖是一個正立方體的展開圖，將它組成正立方體，下列哪些選項是正確的？

- (1) $\overline{AB} \perp \overline{AH}$
- (2) $\overline{AE} \perp \overline{HF}$
- (3) $\overline{BF} \parallel \overline{HD}$
- (4) $\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 歪斜
- (5) $\overline{AC} \perp$ 平面 GBD



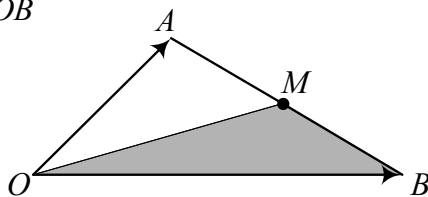
3. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 皆為非零向量，下列敘述何者正確？

- (1) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$ (2) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$
- (3) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$
- (4) 已知 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ 、 $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ 為空間中兩非零向量，滿足 $(x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2)^2 \geq (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2)$ ，則 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 互相垂直
- (5) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$

4. 如右圖，設 M 在 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AM} = \overline{BM}$ ，若 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{7}\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$

，且 P 點在 $\triangle OBM$ 內部(不含邊界)，則下列選項中何者可能是實數 t 的值？

- (1) $\frac{6}{7}$ (2) $\frac{5}{7}$ (3) $\frac{4}{7}$ (4) $\frac{3}{7}$ (5) $\frac{2}{7}$



5. 設 $A(1,1,1)$ 、 $B(2,3,4)$ 、 $C(0,4,2)$ 、 $D(3,2,5)$ ，已知四面體的體積為 $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$

(1) $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 的正射影為 $(-\frac{8}{11}, \frac{24}{11}, \frac{8}{11})$ (2) $\triangle ABC$ 的面積為 $3\sqrt{10}$

(3) $\cos \angle BAC = \frac{8}{\sqrt{154}}$ (4) 由 A 、 B 、 C 、 D 四點為頂點之四面體的體積為 $\frac{1}{6}$

(5) 若以 $\triangle BCD$ 的面積為底面積，此時四面體的高為 $\sqrt{2}$

二：選填題：(占 60 分)

說明：1. A 題至 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (6-38)。

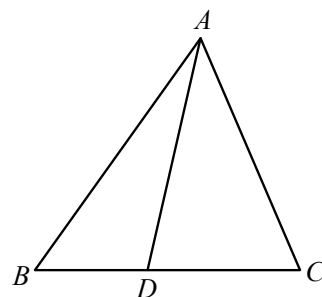
2. 每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 空間中有 A 、 B 、 C 、 D 相異四點，若 $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = 24$ ， $\overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}) = -40$ ，

則 D 點到平面 ABC 的距離為 $\frac{\textcircled{6}}{\textcircled{7}}$ 。(化為最簡分數)

B. 已知 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ l & m & n \end{vmatrix} = 4$ ， $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ l & m & n \end{vmatrix} = -2$ ，求 $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ d+5p & e+5q & f+5r \\ l & m & n \end{vmatrix} = \underline{\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}}$ 。

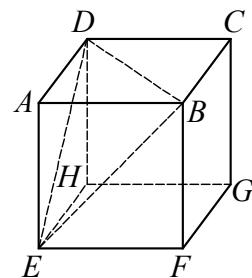
C. 如右圖所示， $B(1,2,3)$ 、 $C(11,-8,13)$ ，且 $\triangle ABD$ 的面積是 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{2}{5}$ 倍，求 D 點的坐標為 $\underline{(\textcircled{11}, \textcircled{12}, \textcircled{13}, \textcircled{14})}$ 。



D. 如右圖，設 $ABCD-EFGH$ 是一個邊長為 1 的正六面體，則

$\overrightarrow{AE}$ 在平面 BDE 上的正射影長度為 $\frac{\sqrt{\textcircled{15}}}{\textcircled{16}}$ 。

(化為最簡根式分數)



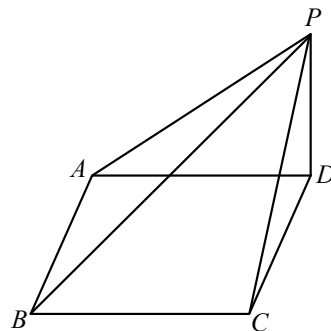
E. 若知 $\vec{a} = (2, 1, 2)$ 、 $\vec{b} = (4, 4, 7)$ ，令 $\vec{v} = \vec{a} + k\vec{b}$ ，且 $\vec{v}$ 平分 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 之夾角。

則 k 值為 $\frac{17}{18}$ 。(化為最簡分數)

F. 設三實數 x, y, z 滿足 $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 6z - 22 = 0$ ，求 $x + 2y + 2z$ 的最大值 M ，此時 (x, y, z) 的值分別為 (a, b, c) ，求 $(M, a, b, c) = (19, 20, 21, 22, 23)$ 。

G. 空間向量 $\vec{a} = (1, 2, 1)$ ，直線 L 與 $\vec{a}$ 平行，平面 E 與直線 L 垂直，則向量 $\vec{p} = (2, 0, 3)$ 對平面 E 的正射影為 $\left(\frac{24}{25}, \frac{26}{28}, \frac{29}{31}\right)$ 。(化為最簡分數)

H. 如右圖所示，過矩形 $ABCD$ 的頂點 D ，作垂直此矩形所在平面之垂直線段 PD 。若 $\overline{PA} = 4\sqrt{3}$ ， $\overline{PD} = 5$ ， $\angle PBA = 30^\circ$ ，則 $\overline{PC}$ 的長度為 $32, 33$ 。



I. 若 $\vec{a} \times \vec{b} = (1, 2, 2)$ ， $\vec{a} \times \vec{c} = (2, -2, 1)$ 且 $|\vec{a}| = 9$ ，求 $\vec{a}$ 與 $\vec{u} = (1, 1, 0)$ 所張出之平行四邊形之面積為 34 。

J. 已知一長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ，今沿著對角線 $\overline{AC}$ 摺起，使得平面 ABC 與平面 ACD 形成的兩面角為 90° ，則空間中 $\overline{BD}$ 長度為 $\sqrt{\frac{35 \cdot 36}{37 \cdot 38}}$ 。

試題結束

一、多選題

1. (1)(2)(4) 2. (1)(3)(4) 3. (2)(3) 4. (3)(4) 5. (1)(3)(5)

二：選填題

A. $\frac{5}{3}$ B. -18 C. $(5, -2, 7)$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E. $\frac{1}{3}$ F. $(24, 0, 5, 7)$ G. $\left(\frac{7}{6}, \frac{-5}{3}, \frac{13}{6}\right)$

H. 13 I. 9 J. $\sqrt{\frac{97}{13}}$