

新竹市竹科實中 114 上高二第一次期中考

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1. 已知有一直角三角形的斜邊長為 100，若此直角三角形其中一個內角為銳角 θ ，則此直角三角形的面積為何？

- (1) $2500 \sin 2\theta$
- (2) $2500 \cos 2\theta$
- (3) $5000 \sin 2\theta$
- (4) $5000 \cos 2\theta$
- (5) 條件不足，無法計算

2. 試求：方程式 $12 \cos 2x - |x| = 0$ 的實數解個數總共有多少個？

- (1) 6
- (2) 8
- (3) 10
- (4) 12
- (5) 14

二、多選題（占 18 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

3. 關於三角函數的大小關係，下列選項哪些是正確的？

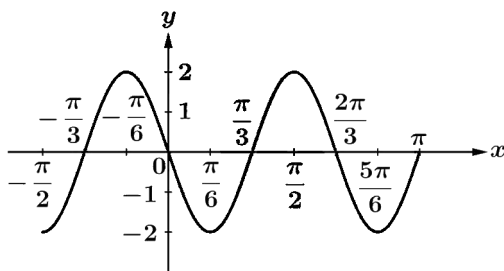
- (1) $\sin \pi < \sin \pi^\circ$
- (2) $\cos \pi < \cos \pi^\circ$
- (3) $\tan \pi < \tan \pi^\circ$
- (4) $\cos \pi^\circ < \sin \pi^\circ$
- (5) $\tan \pi^\circ < \cos \pi^\circ$

4. 關於 $\triangle ABC$ 的敘述，請選出正確的選項：

- (1) 若 $\triangle ABC$ 為銳角三角形，則 $\sin^2 A + \sin^2 B > \sin^2 C$
- (2) 若 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形，則 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$
- (3) 若 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形，則 $\cos A \cos B > \sin A \sin B$
- (4) 若 $\triangle ABC$ 為銳角三角形，則 $\tan A \tan B > 1$
- (5) 若 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形，則 $0 < \tan A \tan B < 1$

5. 圖為某一函數的部分圖形，其所代表的函數可能為下列哪些選項？

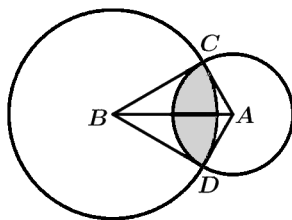
- (1) $y = 2 \sin 3x$
- (2) $y = -2 \sin 3x$
- (3) $y = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$
- (4) $y = 2 \cos 3 \left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
- (5) $y = -2 \cos 3 \left(x - \frac{\pi}{6}\right)$



三、填充題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 13 題，對 4 格內，每格 10 分，對 5 格後，每格 4 分。

6. 如圖所示， A, B 為兩圓之圓心且兩圓相交於 C, D 兩點。已知兩圓之半徑分別為 1 與 $\sqrt{3}$ ， $\angle CAD = 120^\circ$ ， $\angle CBD = 60^\circ$ ，則圖中塗色區域的面積為【 】。

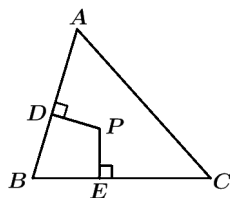


7. $\cos 5^\circ \cos 25^\circ \cos 35^\circ \cos 55^\circ \cos 65^\circ \cos 85^\circ = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

8. 如圖所示，已知 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AC} = 9$ ，

若 $\triangle ABC$ 內部一點 P 到 $\overline{AB}$ 及 $\overline{BC}$ 之距離皆為 $\sqrt{5}$ ，試求：

$\overline{BD} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。



9. 已知 $-2\pi \leq x < 2\pi$ ，兩函數 $y = \tan x$ 與 $3x + 4y = 12$ 的圖形共有【 】個交點。

10. 試求下列各函數的最小週期：

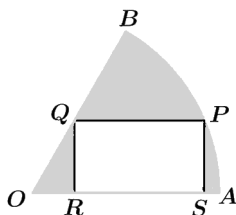
(1) $y = \frac{1}{2} \sin 3x + \sqrt{2} \cos 7x - \tan 5x$ ：【 】。

(2) $y = \left| 3 \sin \frac{4}{5}x - 1 \right|$ ：【 】。

11. 將 $\Gamma_1 : y = f_1(x) = \sin x$ 圖形上所有點的橫坐標都以 y 軸為中心，水平壓縮為原來的四分之一倍，得到 $\Gamma_2 : y = f_2(x)$ 函數；再將 Γ_2 圖形向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位得到 $\Gamma_3 : y = f_3(x)$ ；最後將 Γ_3 圖形上所有點的縱坐標都以 x 軸為中心，鉛直伸長為原來的兩倍，得到 $\Gamma_4 : y = f_4(x) = a \sin(bx - c)$ ，其中 $0 < c < 2\pi$ ，則序組 $(a, b, c) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

12. 已知圓直徑 $\overline{AB} = 1$ ，在圓上有一個動點 P ，若 $\overline{PA} = \alpha$ 時， $2\overline{PA} + 5\overline{PB}$ 有最大值 M ，試求數對 $(\alpha, M) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

13. 如圖所示，恰有一塊半徑為 100 公尺，圓心角為 $\frac{\pi}{3}$ 的扇形草地，欲在其內部接於扇形的矩形牧場工作室 ($\square PQRS$)。若工作室的門牆寬度忽略不計，試求： $\square PQRS$ 工作室的最大面積為【 】平方公尺。



四、計算與證明題（占 22 分）

說明：第 14 題至第 15 題。

14. 已知 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分別為 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所對之邊，且 $a = 3, b + c = 4$ ， $\tan A + \tan B + \sqrt{3} = \sqrt{3} \tan A \cdot \tan B$ ，試回答下列問題：

- (1) $\angle C = ?$ (3 分)
- (2) $\overline{AC} = ?$ (3 分)
- (3) $\triangle ABC$ 的面積為何？(4 分)

15. 考慮函數 $y = f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ ， $-2\pi \leq x < 2\pi$ ，試回答下列問題：

- (1) 試作 $y = f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 的圖形。(4 分)
- (2) 若將 $y = f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 化簡為 $y = f(x) = r \cos(x + \theta)$ ，其中 $r > 0$ 且 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，則 $(r, \theta) = ?$ (4 分)
- (3) 承上，考慮在 $0 \leq x < 2\pi$ 的範圍內，滿足不等式： $\sqrt{3} \sin x - \cos x > 1$ 之 x 的解範圍為何？(4 分)

参考答案

1. 1 2. 5

3. 1235 4. 14 5. 245

6. $\frac{5\pi}{6} - \sqrt{3}$

7. $\frac{1}{64}$

8. 3

9. 5

10. (1) 2π ; (2) $\frac{5\pi}{2}$

11. $\left(2, 4, \frac{2\pi}{3}\right)$

12. $\left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \sqrt{29}\right)$

13. $\frac{5000\sqrt{3}}{3}$

14. (1) 60° ; (2) $\frac{7}{5}$; (3) $\frac{21\sqrt{3}}{20}$

15. (1) 略 ; (2) $\left(2, \frac{4\pi}{3}\right)$; (3) $\frac{\pi}{3} < x < \pi$