

台北市成功高中 114 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分）

一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 6 分。

1. 下列哪一個選項的分數可以化成有限小數？

(1) $\frac{64}{14}$

(2) $\frac{385}{15}$

(3) $\frac{861}{123}$

(4) $\frac{9999}{35}$

(5) $\frac{63}{1042}$

2. 下列哪一個選項的敘述是正確的？

(1) 若 2^a 是有理數， 3^b 為無理數，則 $2^a \cdot 3^b$ 有可能是有理數

(2) 若 a, b, c, d 是有理數，且 $a\sqrt{3} + b\sqrt{12} = c\sqrt{3} + d\sqrt{12}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$

(3) 若 a, b 是有理數， c, d 無理數，則 $a + b \times c + d$ 必為無理數

(4) 若 $\log a, \log b$ 是有理數，則 $(\log a) \times (\log b)$ 必為有理數

(5) 若 $\log a, \log b$ 是無理數，則 $a + b$ 必為無理數

二、多選題（占 16 分）

說明：第 3 題至第 4 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

3. 下列哪一個選項的 x 是無解？

(1) $|x - 2| + |x + 5| = 4$

(2) $|x - 2| + |x + 5| \leq 9$

(3) $|x - 2| - |x + 5| \geq 8$

(4) $|x - 2| - |x + 5| \leq 4$

(5) $|x - 2| - |x + 5| < 5$

4. 若 a, n 皆為實數，則下列哪一個選項的敘述或式子是正確的？

(1) $(-2)^{-\sqrt{3}} = \frac{1}{(-2)^{\sqrt{3}}}$

(2) 若 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2$ ，則 $a^{2025} + a^{-2025} = 2$

(3) $\sqrt[6]{-2} = (-2)^{\frac{1}{6}}$

(4) $10^{n \log 2} = n \cdot 2$

(5) $\log (-2)^2 + \log 3^2 = \log (-2 \times 3)^2$

三、填充題（占 60 分）

說明：第 5 題至第 16 題，每題 5 分。

5. 若 $\sqrt[3]{729} \times \left(\frac{1}{6}\right)^{-5} \div 72^3 \times 36^{\frac{1}{3}} = 2^m \times 3^n$ ，則序對 $(m, n) =$ 【 】。

6. 若 $|2x - 3| < 4$ ，則 x 的範圍為【 】。

7. 試求 $\left[(\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{3})^{-\frac{1}{3}}\right] \left[(\sqrt{9})^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{9})^{-\frac{1}{3}} + 1\right]$ 的值為【 】。

8. 若 x 為 $\frac{\sqrt{5 + \sqrt{21}}}{\sqrt{5 - \sqrt{21}}}$ 的小數部分，則 $x + \frac{3}{x}$ 的值為【 】。

9. 數線上兩點 $A(\sqrt{3}-\sqrt{8})$ 、 $B(\sqrt{17+12\sqrt{2}})$ ，若 P 點在 AB 線段上，且滿足 $\overline{PB} = 3\overline{PA}$ ，試求 P 點坐標【 】。

2

10. 若 $106^x = 81$ ， $2862^y = 27$ ，則 $\frac{4}{x} - \frac{3}{y}$ 的值為【 】。

11. 若 a 、 b 為實數，已知 $a^2 + 36b^2 = 8$ ，試求 ab 的最小值【 】。

12. 解不等式 $2|x+1| - |x-6| \geq 3x-4$ ，則 x 的範圍【 】。

13. 若 $x^2 - x + \log 2 \times \log 5 = 0$ ，則 x 的值為【 】。

14. 若不等式 $\begin{cases} |x-1| \leq 3 \\ |x-a| \geq 6 \end{cases}$ 的解為 $3 \leq x \leq 4$ ，試求 a 值【 】。

15. 若 $a = \sqrt{11} - \sqrt{6}$ ， $b = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ ， $c = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ ，則 a ， b ， c 由大而小依序寫出為【 】。

16. 某一天后級歌手開演唱會，因門票一票難求，故在場外架設 25 台直播的電視牆。已知每一台電視牆發出 108 分貝的聲音，且已知聲音的分貝 s 與聲音的強度 ω 的關係為 $s = 10 \cdot \log \omega$ 。主辦方為避免被投訴而遭環保局開罰，欲控制電視牆的聲音在 120 分貝以內，則請問場外的電視牆至少要關閉【 】台，才能達到主辦方的要求。 $(10^{0.2} \approx 1.585)$

第貳部分：混合題（占 12 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 - 19 題組

我們常用 pH 值來表示溶液的酸鹼程度。其中 pH 值是以溶液中的氫離子濃度 $[H^+]$ 計算出來的， pH 值與溶液中氫離子濃度 $[H^+]$ 的關係式為： $pH = -\log[H^+]$ 。今有 pH 值 4.3 的蜂蜜水 300 ml， pH 值 2.3 的檸檬水 300 ml。

17. 檸檬水 $[H^+]$ 濃度是蜂蜜水 $[H^+]$ 濃度的幾倍？(單選題，3 分)

(1) $\frac{2}{3}$

(2) $\frac{1}{100}$

(3) 100

(4) $\frac{3}{2}$

(5) $\frac{23}{43}$

18. 將現有的蜂蜜水與檸檬水全部混合成蜂蜜檸檬水，混合後的 pH 值為何【 】。(四捨五入至小數點以下第一位， $\log 5.05 \approx 0.7032$) (填充題，4 分)

19. 欲將現有的蜂蜜水和檸檬水各取一些出來調配成 $pH = 3.3$ 的蜂蜜檸檬水 330 ml，請問各需多少 ml 才能調製出來。(非選擇題，5 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3

2. 4

3. 13

4. 25

5. $\left(-\frac{10}{3}, \frac{5}{3}\right)$

6. $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$

7. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

8. $\sqrt{21}$

9. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

10. -3

11. $-\frac{2}{3}$

12. $x \leq 6$

13. $\log 5$ or $\log 2$

14. -3

15. *bac*

16. 10

第貳部分：混合題

17. 3

18. 2.6

19. 蜂蜜水 300 *ml* 和檸檬水 30 *ml*