

6. 給定以下五個函數 $f_1(x) = \sin 2x$ 、 $f_2(x) = \cos 2x$ 、 $f_3(x) = \cos^2 x$ 、 $f_4(x) = \cos^4 x$ 、 $f_5(x) = |\cos 2x|$ ，並令其週期分別為 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 、 T_5 ，試選出正確的選項。

(1) $T_1 = T_2 = \pi$

(2) 在 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 、 T_5 之中，共有 3 個不同的實數值

(3) T_4 為 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 、 T_5 之中的最小值，且 $T_4 = \frac{\pi}{2}$

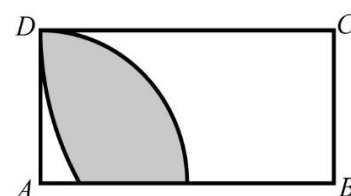
(4) 若 $g(x) = f_3(x) + f_4(x)$ ，則 $g(x)$ 的週期恰為 T_3

(5) 設 m 是實數，且 $h(x) = 15f_1(x) + m \cdot f_2(x) + 25$ 。若對所有實數 x ，皆滿足 $h(x) \geq 0$ ，則 $m \geq 20$

三、選填題（每題 6 分，共 60 分）

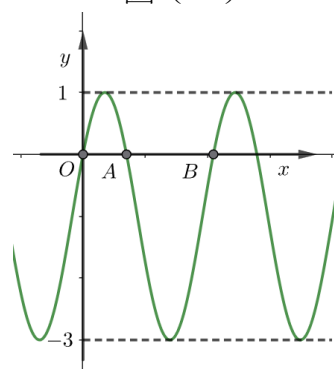
A. $\sin 470^\circ \cos 130^\circ + \cos 290^\circ \sin(-50^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡根式）

B. 圖（一）中，有一長方形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AD} = 3$ 。今分別以 A 為圓心、 $\overline{AD}$ 為半徑；以 C 為圓心、 $\overline{CD}$ 為半徑，分別作兩圓弧。求所圍出的套色區域面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡根式）



圖（一）

C. 圖（二）為函數 $y = a \sin(b(x+c)) + d$ 的部分圖形，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $-\pi \leq c \leq -\frac{\pi}{3}$ 。已知 $A(\frac{2\pi}{9}, 0)$ ， $B(\frac{2\pi}{3}, 0)$ ，求序組 $(a, b, c, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）



圖（二）

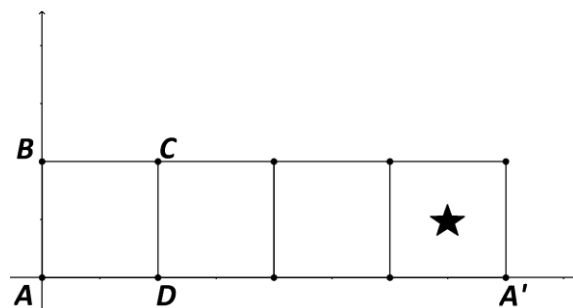
D. 已知 $0 \leq x \leq \pi$ ，滿足不等式 $\sin 3x \geq \frac{1}{2}$ 的解恰為 $a \leq x \leq b$ 或 $c \leq x \leq d$ ，求 $d - c + b - a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）

E. 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內，求方程式 $2\cos^2 x - 3\sin x - 3 = 0$ 所有實數解之和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）

F. 若 $270^\circ < A < 360^\circ$ 且 $\sqrt{3} \sin A + \cos A = 2 \sin 932^\circ$ ，則 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

G. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ 、 $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ 。若 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ， $\cos \beta = \frac{12}{13}$ ，則 $\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡根式）

H. 如圖（三），座標平面上有一正方形 $ABCD$ ，其中 A 點與原點 O 重合、 B 點座落在 y 軸、 D 點座落在 x 軸正向。今依序以頂點 D 、 C 、 B 為旋轉中心，將此正方形沿 x 軸正向，順時針滾動三次至星號位置停止，最後 A 點停留在 A' 點位置。若滾動過程中， A 點之移動軌跡與 x 軸所形成的封閉區域面積為 $10\pi + 10$ ，則 A 點移動軌跡長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡根式）



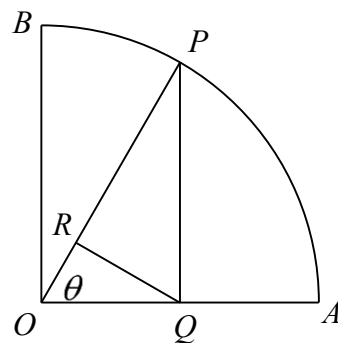
圖（三）

- I. 若函數 $f(x) = \sin x + |\cos x|$ 在區間 $[0, 2\pi]$ 上之最大值為 M 、最小值為 m ，則 $M^2 + m^2$ 之值為 _____。
- J. 將 $y = f(x) = 4\cos(x - \frac{\pi}{3})$ 的圖形水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位，再向上平移 4 單位，最後鉛直伸縮為 2 倍，得到函數 $y = g(x)$ 的圖形。若 $g(x_1) \cdot g(x_2) = 256$ ，且 $-4\pi \leq x_1 \leq 4\pi$ 、 $-4\pi \leq x_2 \leq 4\pi$ ，則 $3x_1 - x_2$ 的最大值為 _____。(化為最簡分數)

四、計算題（共 10 分）

如圖（四），給定一扇形 OAB ，其中角 $AOB = 90^\circ$ ，半徑 $\overline{OA} = \overline{OB} = 4$ ， P 為 AB 弧上之動點。其中 $\overline{PQ} \perp \overline{OA}$ ，垂足為點 Q ； $\overline{QR} \perp \overline{OP}$ ，垂足為點 R 。假設角 $AOP = \theta$ ，試回答以下問題：

- (1) 請以 θ 表示 $\overline{PR} + \overline{QR}$ 。(3 分)
- (2) 求 $\overline{PR} + \overline{QR}$ 的最大值為何？又最大值發生時， $\theta = ?$ （7 分）



圖（四）

試題結束

市立臺中一中 114 學年度第 1 學期第 1 次期中考 高二數學 A 參考答案

一、單選題

1. (3) 2. (2)

二、多選題

3. (3)(4)(5) 4. (1)(2)(5) 5. (2)(3)(4) 6. (1)(4)

三、選填題

A. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$	B. $\frac{21\pi+18\sqrt{3}-72}{4}$	C. $(2, 3, \frac{-11\pi}{18}, -1)$	D. $\frac{4\pi}{9}$
E. $\frac{9\pi}{2}$	F. 298	G. $\frac{-7\sqrt{130}}{130}$	H. $\pi(\sqrt{10}+\sqrt{5})$
I. 3	J. $\frac{44\pi}{3}$		

四、計算題

解： (1) $4\sin\theta \cdot \cos\theta + 4\sin^2\theta$ (亦可表為 $2\sin 2\theta - 2\cos 2\theta + 2$)

(2) $2\sqrt{2}+2$, $\theta = \frac{3\pi}{8}$