

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第二學期第一次期中考高三數學乙試題卷

三年_____班_____號 姓名：_____

本次考試滿分為 105 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

一、單選題（每題 5 分，共 15 分）

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題有五個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知無窮數列 $\langle c_n \rangle$ 中的每一項都滿足 $\frac{3n-1}{2n+2} \leq c_n \leq \frac{3n+1}{2n+2}$ ，試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ 的值。

- (1) $\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2 (5) 不存在。

2. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - 3, & x \geq 1 \\ -2x + 5, & x < 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 處連續，試求實數 a 的值。

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5。

3. 已知數列 $a_n = \sum_{k=1}^n (2x-1)^k$ ，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ ，試求實數 x 的值。

- (1) $-\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{2}$ (5) $\frac{3}{4}$ 。

二、多選題（每題 10 分，共 30 分）

說明：第 4 至 6 題為多選題，每題各有五個選項。每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算。

4. 下列有關循環小數的敘述中，請選出**正確**的選項。

- (1) $0.\overline{12} = \frac{12}{90}$ (2) $0.\overline{5} + 0.\overline{5} = 0.\overline{2} + 0.\overline{8}$ (3) $0.\overline{43} + 0.\overline{27} = 0.\overline{706}$
(4) $1.\overline{2} - 0.\overline{2} = 0.\overline{9}$ (5) $2.\overline{345} - 1.\overline{234} = 1.\overline{1}$

5. 下列函數中，請選出與 $f(x) = |x|$ 有相同值域的選項。

- (1) $f_1(x) = \sqrt{x}$ (2) $f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ (3) $f_3(x) = \sqrt{2-x}$
(4) $f_4(x) = \sqrt{100-x^2}$ (5) $f_5(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5+4x-x^2}}$

6. 已知綠園電玩公司生產 x 台遊戲機的成本函數為 $C(x) = 100 + 30x$ (百元)，賣出 x 台遊戲機的收益函數為 $R(x) = -0.01x^2 + 50x$ (百元)，利潤函數為 $P(x) = R(x) - C(x)$ 。請選出**正確**的選項。

- (1) 生產 5 台的成本為 25000 元
- (2) 賣出 5 台的利潤為 0 元
- (3) 邊際利潤函數為 $P'(x) = -0.02x + 50$
- (4) 賣出第 1001 台時所增加的利潤約為 1800 元
- (5) 當 $x = 1000$ 時可獲得最大利潤

三、填充題 (每格 5 分，共 50 分)

說明：第 7 至 10 題為填充題，每題須全部答對才給分，答錯不倒扣。答案請化成最簡分數。

7. 求下列各極限值：(若極限不存在，則回答「不存在」)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{3n+5}{n^2+n-1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-2}{n} \right) \left(\frac{3n^2+5}{n^2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2+3+\cdots+n}{2n^2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{e^{n+1} + \pi^{n-1} + 4^n}{e^{n-1} + \pi^{n+1} - 4^{n-1}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(其中 $e \approx 2.71828$ ， $\pi \approx 3.14159$)

(5) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{|x^2 - x - 3| - 1}{x - 2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(7) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 3x^2 - 9x + 27} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{ax^2 + bx + 3}{x - 1} \right) = 8$ ，則 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 已知 $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x - 5$ ， $g(x) = x^4 + 3x^2 - 7x + 11$ ，若 $h(x) = f(x) + g(x)$ ，則 $h'(1) =$ _____。

10. 已知 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x + 5, & x \geq 1 \\ 2x + 6, & x < 1 \end{cases}$ 是可微分函數，則以 $P(1, f(1))$ 為切點之切線方程式為_____。

四、混合題（共 10 分）

說明：

第 11 題為填充題，答對得 2 分；

第 12 題為單選題，答對得 3 分；

第 13 題為計算題，需詳細寫出計算過程，答對得 5 分。

已知綠園電玩公司設計之線上遊戲的攻擊技能說明如下：學習該技能後可以使用 1 級技能，對敵人造成傷害 100 點，每當使用 50 次技能後，技能等級會上升 1 級，對敵人造成傷害增加 60 點。

已知使用 x 次攻擊技能時(x 為正整數)，對敵人造成傷害 $f(x)$ 點，公式為

$$f(x) = \begin{cases} a, & 0 < x \leq 50 \\ 100 + 60 \times \left(-\left[\frac{50-x}{50} \right] \right), & x > 50 \end{cases}$$

其中 a 為實數，符號 $[]$ 為高斯符號，請回答下列問題。

11. 實數 $a =$ _____。

12. 使用第 168 次攻擊技能時，對敵人造成的傷害為何？

- (1)100 點 (2)160 點 (3)220 點 (4)280 點 (5)340 點。

13. 若某次使用攻擊技能對敵人造成傷害 700 點，試求出使用該技能的次數範圍。

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第二學期第一次期中考高三數學乙答案卷

三年_____班_____號 姓名：_____

本次考試滿分為 105 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
2. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

一、單選題（每題 5 分，共 15 分）

題號	1.	2.	3.
答案			

二、多選題（每題 10 分，共 30 分）

題號	4.	5.	6.
答案			

三、填充題（每格 5 分，共 50 分）

題號	7.(1)	7.(2)	7.(3)	7.(4)	7.(5)
答案					
題號	7.(6)	7.(7)	8.	9.	10.
答案					

四、混合題（11 題 2 分；12 題 3 分；13 題 5 分，共 10 分）

題號	11.	12.
答案		

題號	作答區
13.	

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第二學期第一次期中考高三數學乙答案卷

三年_____班_____號 姓名：_____

本次考試滿分為 105 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
2. 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

一、單選題（每題 5 分，共 15 分）

題號	1.	2.	3.
答案	1	5	5

二、多選題（每題 10 分，共 30 分）

題號	4.	5.	6.
答案	2345	135	15

三、填充題（每格 5 分，共 50 分）

題號	7.(1)	7.(2)	7.(3)	7.(4)	7.(5)
答案	0	12	$\frac{1}{4}$	-4	-1
題號	7.(6)	7.(7)	8.	9.	10.
答案	-3	不存在	(11, -14)	4	$y = 2x + 6$

四、混合題（11 題 2 分；12 題 3 分；13 題 5 分，共 10 分）

題號	11.	12.
答案	100	4

題號	作答區
13.	$100 + 60 \times \left(-\left[\frac{50-x}{50} \right] \right) = 700$ $\left[\frac{50-x}{50} \right] = -10$ $-10 \leq \frac{50-x}{50} < -9$ $-500 \leq 50-x < -450$ $-550 \leq -x < -500$ $500 < x \leq 550$ Ans: 501~550 次