

台北市中山女高 114 上高二第一次期中考

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 7 分。

1. 已知一扇形的面積為 4，周長為 8，則其半徑長為？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

2. 函數 $f(x) = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 在下列哪一個區間中「遞增」？

- (1) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- (2) $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$
- (3) $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$
- (4) $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$
- (5) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$

3. 當 x 介於 0 與 2π 之間，直線 $x + y = 1$ 與函數 $y = \tan x$ 的圖形共有幾個交點？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 0

4. 坐標平面上，二直線 $L_1: 2x + y + 3 = 0$ 與 $L_2: x - y - 2 = 0$ ，若其銳夾角為 θ ，則 $\tan \theta = ?$

(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{2}$

(3) 1

(4) 2

(5) 3

5. 設函數 $f(x) = 9 \cos x - 40 \sin x$ ，在 $0 \leq x < 2\pi$ 的範圍中當 $x = \theta$ 時 $f(x)$ 有最大值，請選出正確的選項：

(1) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

(2) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

(3) $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

(4) $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

(5) $\theta = \frac{k\pi}{2}$ ， k 為整數

二、多選題（占 15 分）

說明：第 6 題至第 8 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

6. 關於函數 $f(x) = \sin x + \cos x$ 的圖形，則下列哪些選項中的敘述是正確的？

(1) 週期是 π

(2) 振幅是 $\sqrt{2}$

(3) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸交點 $(0, 1)$

(4) $f(x)$ 為奇函數（即 $y = f(x)$ 的圖形對稱於原點）

(5) $f(x)$ 為偶函數（即 $y = f(x)$ 的圖形對稱於 y 軸）

7. 當 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 時，下列哪些選項中的不等式恆成立？

(1) $\sin 2x > 0$

(2) $\cos 2x > 0$

(3) $\cos^2 x - \sin^2 x \leq \frac{1}{2}$

(4) $\sin x \cos x \leq \frac{1}{2}$

(5) $\sin x + \cos x \leq \frac{3}{2}$

8. 將 $y = \sin 3x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位長所得的新圖形會與下列哪些選項中的函數圖形相同？

(1) $y = \sin \left(3x - \frac{\pi}{2} \right)$

(2) $y = \sin \left(3x + \frac{\pi}{2} \right)$

(3) $y = \sin \left(3x - \frac{3}{2}\pi \right)$

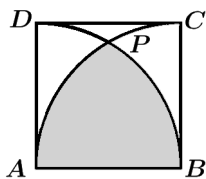
(4) $y = \sin \left(3x + \frac{3}{2}\pi \right)$

(5) $y = \cos (3x)$

三、填充題（占 50 分）

說明：第 9 題至第 18 題，每題 5 分。

9. 如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為 1，分別以 A 、 B 為圓心，邊長 1 為半徑，在正方形內畫圓弧，兩圓弧的交點為 P ，求兩圓弧 $\widehat{AP}$ 與 $\widehat{BP}$ 及 $\overline{AB}$ 所圍陰影區域面積為【 】。



10. 設 $a > 0$ ， $A(a)$ 表示 x 軸、 y 軸、直線 $x = a$ 與函數 $y = \sin(\pi x) + 1$ 的圖形所圍成區域的面積，求 $A\left(\frac{3}{2}\right) - A\left(\frac{1}{2}\right) =$ 【 】。

11. 已知 $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$ ， $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ ，求 $\tan \alpha \tan \beta =$ 【 】。

12. 設 $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 1$ 且 $0 \leq x < 2\pi$ ，則在 $x = \theta$ 時， y 有最小值 m ，求 $(\theta, m) =$ 【 】。

13. 坐標平面上，以原點 O 為圓心的圓上有三個相異點 $A(1, 0)$ ， B ， C ，且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ ，已知銳角三角形 OAC 的面積為 $\frac{12}{25}$ ，求 $\triangle OAB$ 的面積為【 】。

14. 求方程式 $\sin x = \sin 9$ 的最小正實數解為【 】。

15. 若 $\theta = 18^\circ$ ，則 $5\theta = 90^\circ$ 。已知 $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$ ，求 $\sin 54^\circ =$ 【 】。

16. 函數 $f(x) = \sin\left(ax + \frac{\pi}{4}\right) + b$ ，已知 $a > 0$ 且 $f(x)$ 的週期為 T ，若 $\pi < T < 2\pi$ ，且 $y = f(x)$ 的圖形關於點 $(\pi, 1)$ 對稱，即點 $(\pi, 1)$ 可為其對稱中心，則 $(a, b) =$ 【 】。

17. a, b 為實數，方程式 $\sqrt{3} \sin x + \cos x = k$ 在 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 的範圍內有兩個相異的實數解，則 $a \leq k < b$ ，求數對 $(a, b) =$ 【 】。

18. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，不等式 $\sin x < \sin \frac{x}{2}$ 且 $\cos x < \cos \frac{x}{2}$ 的解為 $a\pi < x < b\pi$ ，其中 a, b 為實數，則 $b - a =$ 【 】。

参考答案

1. 2 2. 1 3. 3 4. 5 5. 4

6. 23 7. 145 8. 14

9. $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

10. 1

11. $\frac{1}{5}$

12. $\left(\frac{5\pi}{3}, -1\right)$

13. $\frac{3}{10}$

14. $3\pi - 9$

15. $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

16. $\left(\frac{7}{4}, 1\right)$

17. $(\sqrt{3}, 2)$

18. $\frac{2}{3}$