

新竹市竹科實中 114 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1. 請問下列敘述哪些正確？

- (1) 設 x 為實數，若 x^3, x^8 皆為有理數，則 x^{2025} 必為有理數
- (2) 實數 a, b, c, d 滿足 $a + b\sqrt{5} = c + d\sqrt{5}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$
- (3) 設 a, b 為有理數，則 $\frac{\sqrt{3}a + b}{\sqrt{3} + 1}$ 為無理數
- (4) $\sqrt[3]{(-2)^3} = 2$
- (5) $\sqrt{(2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

2. 設 $|a| > |b|$ ，則下列哪些為真？

- (1) $|a| > 0$ 且 $|b| > 0$
- (2) $|a| + b > 0$
- (3) $b(a + b) > 0$
- (4) $a(a + |b|) > 0$
- (5) $(a - b)(a + b) > 0$

3. 給定 $k \in \mathbb{R}$ ，考慮方程式 $|x + \sqrt{2}| + |x - \sqrt{3}| = k$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) 若 $k = -\sqrt{2}$ ，此方程式恰有一解
- (2) 若 $k = \sqrt{3}$ ，此方程式無解
- (3) 若 $k = \sqrt{10}$ ，此方程式有兩個解
- (4) 無論 k 的值為何，此方程式最多可能有兩個解
- (5) 對於所有的 $x \in \mathbb{R}$ ，都存在 k 使 x 是方程式的解

4. 已知 $10^x = 9 - 4\sqrt{5}$ ，則下列敘述何者正確？

(1) $x = \log(9 - 4\sqrt{5})$

(2) $x < -1.25$

(3) $10^{\frac{x}{2}} + 10^{-\frac{x}{2}} \in \mathbb{Z}$

(4) $10^{2x} + 10^{-2x} \notin \mathbb{Q}$

(5) $10^{4x} + 10^{-4x} \in \mathbb{Q}$

二、填充題（占 70 分）

說明：第 5 題至第 17 題，每格 5 分。

5. 如果把 $\frac{2025}{1001}$ 轉換成小數形式，請問：小數點後 100 位數為【 】。

6. 給定實數 $x > y$ ，試比較 $a = \frac{2x+3y}{5}$ ， $b = \frac{3x+4y}{7}$ ， $c = \frac{5x-3y}{2}$ ， $d = \frac{-x+2y}{1}$ 的大小：
【 】。

7. 設 a 為大於 0 的實數，試化簡 $\sqrt[3]{a^{\frac{9}{2}} \times \sqrt{a^{-3}}} \times \sqrt{\sqrt[3]{a^{-7}} \times \sqrt[3]{a}} =$ 【 】。

8. 設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，且 $ab = 49$ ，求 $\frac{9}{a} + \frac{4}{b} + 3$ 的最小值為【 】，此時 $(a, b) =$ 【 】。

9. 若 $x = \sqrt{10} - 3$ ，試問 $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ 【 】。

10. 設 $a, b, c \in \mathbb{R}$ 且 $a \neq 0$ ，若 $5^a = 2^b = \sqrt{10^c}$ ，則 $\frac{c}{a} + \frac{c}{b} =$ 【 】。

11. 若 $\log \sqrt{a} = 10.29$ ，求 a 的最高位數字為【 】。

12. 滿足 $\left(\frac{2}{7}\right)^n < \frac{1}{10000}$ 的最小正整數 $n =$ 【 】。

13. 若滿足 $\left|x - \frac{2}{7}\right| < a$ 之整數解恰有 4 個，則實數 a 之範圍為【 】。

14. 若 $\sqrt{17 - 4\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}$ 之整數部分為 a ，小數部分為 b ，試問 $a - b =$ 【 】。

15. 試求：不等式 $|x + 1| + 2|x - 3| \geq x + 7$ 之解的範圍【 】。

16. 試求：方程式 $||x^2 - 2| - 2| = x$ 所有解的和為【 】。

17. 「藥物半衰期」是指藥物在體內濃度減少一半所需的時間。某藥物的半衰期為 6 小時，初始劑量為 200 毫克，為了避免副作用，醫生建議病患在體內藥物含量降到 30 毫克以下再服用下一劑。若每次皆服用 200 毫克，請問每次服藥間隔至少要幾小時？(答案四捨五入至整數小時)

第貳部分：混合題（占 10 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18 — 19 題組

影印店中常用的最大影印紙是 A3，將長邊對折裁成兩半後就是家中印表機的 A4 影印紙。用相同方法把 A4 再裁一半，就是 A5，以此類推。

18. 已知 A3，A4，... 這類型號的影印紙的長寬比例，對半裁切後依然維持相同的長寬比。請問長與寬的比值必須要是多少？(非選擇題，6 分)

19. A5 紙的寬度約為 14.85 公分，估計 A3 紙的長度約為多少公分。(非選擇題，4 分)(答案請四捨五入至小數點後第三位)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1 2. 245 3. 235 4. 125

5. 9

6. $c > b > a > d$

7. 1

8. $\frac{33}{7}$; $\left(\frac{21}{2}, \frac{14}{3}\right)$

9. -234

10. 2

11. 3

12. 8

13. $\frac{12}{7} < a \leq \frac{16}{7}$

14. $5 - 2\sqrt{3}$

15. $x \geq 6$, $x \leq 0$

16. $1 + \sqrt{17}$

17. 17

第貳部分：混合題

18. $\sqrt{2}$

19. 42.002 *cm*