

請於答案卡上正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或者劃記錯誤，扣 10 分

※所有答案皆需化簡至最簡分數

一、單選題（占 10 分）

說明：每一題，都有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. $\sin 150^\circ + \cos 240^\circ + \tan 315^\circ$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) $\sqrt{3}+1$ (5) $\sqrt{3}-1$

2. 有一個邊長為 $2\sqrt{3}+3$ 的正六邊形紙板，我們在每一個角各剪掉一個大小相同的小三角形，使其成為一個正十二邊形。請問此正十二邊形之一邊長為多少？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) $3\sqrt{3}$ (5) $6\sqrt{3}-9$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 8 分；答錯 2 個選項者，得 6 分；答錯 3 個選項者，得 4 分；答錯 4 個選項者，得 2 分；答錯 5 個選項者，得 0 分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 在坐標平面上，已知角 θ 為標準位置角，其終邊落在直線 $3x+4y=0$ 上。若 $\sin \theta < 0$ ，請選出所有正確的選項：

(1) 點 $P(4, -3)$ 落在角 θ 的終邊上 (2) $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ (3) $\tan \theta = -\frac{3}{4}$

(4) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$ (5) 若 θ 繞原點順時針旋轉 90° 得到 β ，則 β 為第一象限角

4. 袋中有黑色的彈珠和白色的彈珠共 20 粒，假設每粒彈珠被取出的機會均等，

已知從中取出 2 粒都是黑色的機率為 $\frac{11}{38}$ ，請選出正確的選項。

(1) 黑色彈珠跟白色彈珠一樣多

(2) 黑色彈珠比白色彈珠多 2 粒

(3) 拿到 2 粒都是白色的機率為 $\frac{18}{95}$

(4) 拿到一黑一白的機率為 $\frac{99}{380}$

(5) 拿到一黑一白的機率小於拿到 2 粒為同色的機率

5. $\triangle ABC$ 中三邊 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 上的高分別為 $h_c = 3$ 、 $h_a = 4$ 、 $h_b = 6$ ，請選出正確的選項。

(1) $\sin B = \frac{\sqrt{15}}{8}$ (2) $\overline{BC} = \frac{24}{\sqrt{15}}$ (3) $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{48}{\sqrt{15}}$ (4) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\frac{32}{15}$

(5) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 $\frac{4}{3}$

三、選填題（占 60 分）

說明：1. 第 A 題至第 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (6-35)。每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

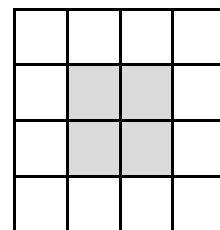
A. 試化簡下列式子之值： $\frac{\sin 170^\circ \cdot \tan(-80^\circ)}{\cos 350^\circ + \sin 100^\circ} = \frac{\textcircled{6}\textcircled{7}}{\textcircled{8}}$ 。

B. 設 $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ， $\sin \theta \cos \theta = \frac{3\sqrt{7}}{16}$ ，試求 $\sin \theta = \frac{\sqrt{\textcircled{9}}}{\textcircled{10}}$ 。

C. 有一枚不公平的骰子，出現 x 點的機率為 $P(x) = kx^2$ ($x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)。求投擲一次的點數期望值 $\frac{\textcircled{11}\textcircled{12}}{\textcircled{13}\textcircled{14}}$ 。

D. 已知坐標平面上三點的極坐標分別為 $A[3\sqrt{2}, 27^\circ]$ 、 $B[7, 72^\circ]$ 、 $C[5, 132^\circ]$ ，則 $\frac{\sin \angle BAC}{\sin \angle ACB} = \frac{\sqrt{\textcircled{15}\textcircled{16}}}{\textcircled{17}}$ 。

E. 如右圖，在一個 4×4 的棋盤中，中間的 2×2 區域（灰色部分）已損毀無法使用。若從剩下的 12 個白色格子中隨機任取兩格，求選出的兩格不在同一行也不在同一列的機率 $\frac{\textcircled{18}\textcircled{19}}{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。



F. 在某海域的雷達監測圖上，燈塔位於圓心 O 處，其監測區域為一個圓形，半徑為 $\sqrt{13}$ 海里。現偵測到兩條直線航道 L_1 （連接邊界觀測點 A, C ）與 L_2 （連接邊界觀測點 B, D ），即 A, B, C, D 都在圓上。若航道 L_1 與 L_2 在監測區域內恰好互相垂直相交，且觀測點 A 與 B 之間的巡邏路線長度 $\overline{AB} = 4$ 海里。則觀測點 C 與 D 之間的航道長度 $\overline{CD}$ 為 $\textcircled{22}$ 海里。

G. 袋中有紅球 4 顆、白球 4 顆，每顆球被取出的機會均等。現在隨機將 8 顆球兩兩配成 4 組，則恰有 2 組是「一紅一白」的機率為 $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}\textcircled{26}}$ 。

H. 若 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = a, \overline{CA} = b, \overline{AB} = c$ 。已知 $a\sin A + 2b\sin B - c\sin C = 0$ 且 $\cos C = -\frac{1}{5}$ ，則 $\frac{b}{a} = \frac{\textcircled{27}}{\textcircled{28}}$ 。

I. 四邊形 $ABCD$ 中， $\angle B = 120^\circ, \angle C = 120^\circ, \overline{AB} = 6, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 10$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積為 $\textcircled{29}\textcircled{30}\sqrt{\textcircled{31}}$ 。

J. 已知 $\triangle ABC$ 中，底邊 $\overline{BC} = 10$ ，且兩腰比例 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$ ，求 $\triangle ABC$ 面積的最大值 $\frac{\textcircled{32}\textcircled{33}\textcircled{34}}{\textcircled{35}}$ 。

試題結束

市立臺中一中 114 學年度第二學期 期末考 高一數學科簡答

第壹部分：選擇（填）題

一、單選題

1. (3) 2. (3)

二、多選題

3. (1)(3)(4) 4. (2)(3) 5. (1)(2)(3)(5)

三、選填題

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ C. $\frac{63}{13}$ D. $\frac{\sqrt{39}}{5}$ E. $\frac{19}{33}$

F. 6 G. $\frac{24}{35}$ H. $\frac{2}{5}$ I. $47\sqrt{3}$ J. $\frac{100}{3}$