

桃園市武陵高中 114 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 87 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 將函數 $y = f(x) = 2 \cos x$ 的圖形左移 $\frac{\pi}{3}$ 後所得的圖形為 $y = g(x)$ ，則函數 $y = f(x) + g(x)$ 的最小值為下列何者？

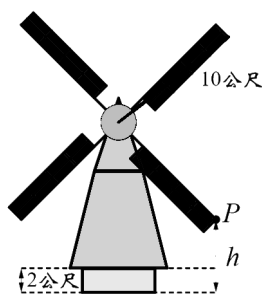
- (1) -1
- (2) -2
- (3) $-2\sqrt{2}$
- (4) $-2\sqrt{3}$
- (5) -4

2. 滿足 $0 \leq x \leq 3\pi$ 且 $\cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的整數 x 共有幾個？

- (1) 6
- (2) 7
- (3) 8
- (4) 9
- (5) 10

3. 如圖，有一個作等速率圓周運動的大風車，其半徑為 10 公尺，逆時針方向旋轉一圈需時 30 分鐘，最低點離地面 2 公尺。令風車翼片的一個端點 P 從離地面最近的點開始旋轉，若 P 點從離地面最近的距離 h (公尺) 與時間 t (分) 之間的函數關係式 $h(t) = a \sin(bt + c) + d$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $-\pi < c < \pi$ 。則 $h(t)$ 應為下列哪一個選項？

- (1) $10 \sin(30t) + 2$
- (2) $10 \sin\left(30t - \frac{\pi}{2}\right) + 12$
- (3) $10 \sin\left(\frac{\pi}{15}t + \frac{\pi}{2}\right) + 12$
- (4) $10 \sin\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 12$
- (5) $10 \sin\left(\frac{\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) + 12$



二、多選題（占 24 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

4. 下列選項中的式子，哪些的值大於 $\frac{1}{4}$ ？

- (1) $\frac{1}{2} - \cos^2 110^\circ$
- (2) $8 \cos^3 110^\circ - 6 \cos 110^\circ - 1$
- (3) $\sqrt{\frac{1 + \cos 350^\circ}{2}}$
- (4) $\sin 80^\circ \cos 80^\circ$
- (5) $\sin 40^\circ \cos 50^\circ - \sin 310^\circ \sin 230^\circ$

5. 有關函數 $y = f(x) = 2 \sin 2x - 3 \cos 2x + 5$ 之圖形，下列敘述何者正確？

(1) 週期 $= \pi$

(2) 振幅 $= 5$

(3) 與 x 軸之交點有無限多個

(4) $y = f(x)$ 的圖形對稱於點 $\left(\frac{\theta}{2}, 5\right)$ ，其中 $\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ， $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

(5) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{3\pi}{4} + \frac{\theta}{2}$ ，其中 $\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ， $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$

6. 坐標平面上，若函數 $y = f(x) = a \sin (bx - c) + d$ 的部分圖形如圖，其中 a, b, c, d 均為正數，且 $0 < c < \pi$ 。下列敘述何者正確？

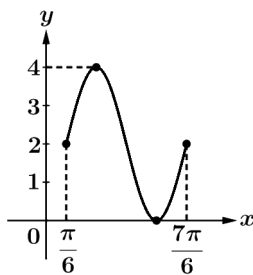
(1) a, b, d 皆為偶數

(2) $c = \frac{\pi}{6}$

(3) $y = f(x)$ 的圖形通過 $(0, 1)$

(4) 在區間 $[0, \pi)$ 中滿足方程式 $f(x) = \frac{3}{2}$ 的所有實數 x 之和為 $\frac{5\pi}{6}$

(5) $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = 2 \cos^2 x$ 的圖形經適當（上下、左右）平移得到

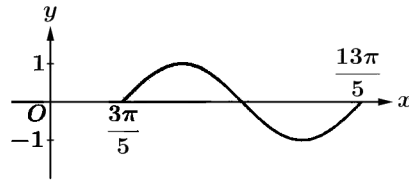


三、填充題（占 48 分）

說明：第 7 題至第 10 題，每題 8 分；第 11 題至第 14 題，每題 4 分。

7. 已知圖為函數 $y = \sin(x + h)$ 一個週期的圖形，

其中 $0 < h < 2\pi$ ，求 $h = \frac{\textcircled{7-1}}{\textcircled{7-2}}\pi$ 。



8. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\angle ACB = 2\theta$ ， $\angle ABC = \theta$ ，

求 $\cos \frac{\theta}{2}$ 的值 = $\frac{\sqrt{\textcircled{8-1} \textcircled{8-2}}}{\textcircled{8-3} \textcircled{8-4}}$ 。(化為最簡根式)

9. 圖為 $y = \sin 3x$ 與 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的部分圖形，則 $y = \sin 3x$ 與 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的圖形在 $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ 的範圍中有 9-1 交點。



10. 設 $x \geq 0$ ，方程式 $3\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{6}$ 的解從小到大依序為 $x = \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \dots$ ，則

$\theta_4 = \frac{\textcircled{10-1} \textcircled{10-2}}{\textcircled{10-3} \textcircled{10-4}}\pi$ 。

11. 將 $y = \cos x$ 的圖形先以 y 軸為基準線，水平伸縮為原來的 $\frac{5}{2}$ 倍，再往左平移 $\frac{1}{2}$ 單位，之後再往上平移 $\frac{5}{6}$ 單位，最後再以 x 軸為基準線，鉛直伸縮為原來的 $\frac{3}{2}$ 倍可得新圖形 $y = a \cos(bx + c) + d$ ，其

中 $a > 0, b > 0, 0 < c < 1$ ，則數對 $(b, c, d) = \left(\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2}}, \frac{\textcircled{11-3}}{\textcircled{11-4}}, \frac{\textcircled{11-5}}{\textcircled{11-6}}\right)$ 。

12. 已知 $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ，若 $f(x) = \cos 2x - \sin x$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，

則 $M + m = \frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}}$ 。

13. 坐標平面上，已知圓 C 的圓心落在直線 $L: x - 3y - 6 = 0$ ，且過直線 L 上、圓 C 外一點 P 可作出兩條切線 L_1 與 L_2 ，已知切線 L_1 的斜率為 3，則切線 L_2 的斜率為

$\frac{\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}}{\textcircled{13-3} \textcircled{13-4}}$ 。

14. 已知 $\triangle ABC$ 三邊的長為 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 7$ 。若 P 點與 Q 點分別在 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 上，則

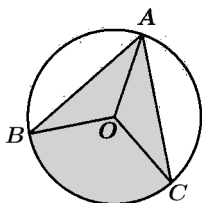
$\overline{AP} + \overline{PQ}$ 的最小值為 $\frac{\textcircled{14-1} \textcircled{14-2} \sqrt{\textcircled{14-3}}}{\textcircled{14-4}}$ 。(化為最簡根式)

第貳部分：混合題（占 13 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15 — 17 題組

已知圓 O 的半徑是 10，圓上任取三點 A, B, C ，如圖所示，且 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 。試回答下列問題。



15. 在陰影區域中的扇形 OBC 面積 = 【 】。(填充題，4 分)

16. 若 $\angle AOB = \theta$ 且 $\frac{\pi}{6} < \theta < \pi$ ，則 $\triangle AOB$ 面積 + $\triangle AOC$ 面積為何？(以 $a \sin(\theta + b)$ 表示，其中 $a > 0$ ， $-\pi < b < \pi$) (非選擇題，4 分)

17. 陰影區域的最大面積是多少？又此時 θ 是多少徑？(非選擇題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 3 3. 5

4. 123 5. 145 6. 14

7. $\frac{7}{5}\pi$

8. $\frac{\sqrt{95}}{10}$

9. 5

10. $\frac{35}{12}\pi$

11. $\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{5}{4}\right)$

12. $\frac{-7}{8}$

13. $\frac{-9}{13}$

14. $\frac{20\sqrt{6}}{7}$

第貳部分：混合題

15. $\frac{100\pi}{3}$

16. $50\sqrt{3} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$

17. 最大面積 $= 50\sqrt{3}$; $\theta = \frac{2\pi}{3}$