

請將答案填寫至答案卷對應的欄位，得分超過 100 分者以 100 分計。

第壹部分、積分的應用(共 14 分)

一、單選題(6 分)

- () 1. 試選出函數 $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ 在區間 $[1, 4]$ 的平均值。
 (1) 13 (2) 14 (3) 15 (4) 16 (5) 17

二、多選題(8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分。)

- () 2. 已知某商品在市場上的銷售量為 x 個時，需求函數為 $D(x) = -0.003x^2 + 100$ (單位：元)，

供給函數為 $S(x) = 0.4x + k$ (單位：元)，其中 k 為某常數。若市場均衡價格為 70 元，請選出正確的選項。

- (1) 銷售量在 0 到 10 個時，銷售商品在消費者心中的潛在總價值為 99.7 元
 (2) 市場均衡量為 100 個
 (3) $k = 30$
 (4) 當達到市場均衡時，消費者剩餘大於生產者剩餘
 (5) 當達到市場均衡時，總剩餘為 4000 元

第貳部分、學測範圍(共 96 分)

三、單選題(每題 6 分，共 24 分。)

- () 3. 已知 17^{10000} 是一個 12305 位數，則 17^{100} 是幾位數？

- (1) 111 位數 (2) 123 位數 (3) 124 位數 (4) 6152 位數 (5) 6153 位數

- () 4. 已知平面上直線 $L: 5x - 2y - 3 = 0$ ，則下列哪一條直線與 L 的距離最遠？

- (1) 將 L 向右平移 5 個單位而得到的直線 L_1
 (2) 將 L 向右平移 4 個單位，再向下平移 1 個單位而得到的直線 L_2
 (3) 將 L 向右平移 3 個單位，再向下平移 2 個單位而得到的直線 L_3
 (4) 將 L 向右平移 2 個單位，再向下平移 3 個單位而得到的直線 L_4
 (5) 將 L 向右平移 1 個單位，再向下平移 4 個單位而得到的直線 L_5

- () 5. 小諺有兩顆相同的正立方體骰子，每個骰子的六個面分別標示號碼 1、2、4、8、16、32，則小諺投擲這兩顆骰子，計算面朝上的號碼總和 S ，則 S 有幾種可能的值？

- (1) 21 種 (2) 27 種 (3) 28 種 (4) 63 種 (5) 64 種

- () 6. 有一燈罩為圓錐的燈泡裝在離地面 4 公尺的天花板上，通電後此燈泡向下照射到地面形成一個圓，且此圓的直徑為 4 公尺。假設我們把此燈泡連同燈罩轉動角度 θ 後，地面上光影形成拋物線的一部份，則 $\tan \theta$ 為下列哪一個數值？

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (3) 1 (4) 2 (5) 4

四、多選題 (每題 8 分，共 16 分。答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分。)

- () 7. 將地球儀設定成一個坐標空間，其中球心為原點 O ，赤道位於 xy 平面上， z 軸正方向為球心往北極的方向， 0 度經線位於 xz 平面上且交 x 軸於 $(r, 0, 0)$ 。已知地球儀上兩城市的坐標分別為 $A(0, 2\sqrt{2}, 0)$ 、 $B(-\sqrt{3}, -1, c)$ ，請選出正確的選項。

- (1) $r = 2$
- (2) 點 A 位於東經 90° 線上
- (3) 點 B 位於西經 30° 線上
- (4) 點 B 位於北緯 45° 線上
- (5) A 、 B 兩點的球面距離大於 r

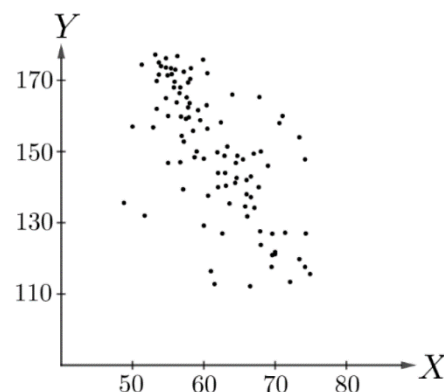
- () 8. 有一組二維數據 $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{100}, y_{100})$ 的散布圖如下，設 X 的算術平均數為 μ_x ，

設 Y 的算術平均數為 μ_y ，標準差為 σ_y 。 X 和 Y 的相關係數為 r ， Y 對 X 的最適合直線斜率為 m 。

二維數據 $(X', Y') : (x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2), \dots, (x'_{100}, y'_{100})$ 滿足 $\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 10 \end{bmatrix}$ ，其中 $i = 1, 2, \dots, 100$ 。

請選出正確的選項。

- (1) $x'_1, x'_2, \dots, x'_{100}$ 的算術平均數為 $\mu_x + \mu_y - 5$
- (2) $y'_1, y'_2, \dots, y'_{100}$ 的標準差為 $3\sigma_y + 10$
- (3) X 和 Y' 的相關係數為 $3r$
- (4) Y' 對 X' 的最適合直線斜率為負
- (5) 已知 $(x'_{100}, y'_{100}) = (215, 460)$ ，則 $(x_{100}, y_{100}) = (70, 150)$



五、填充題(每題 6 分，共 36 分。請將答案填至答案卷第 A~F 題內)

- A. 已知三次多項函數 $y = f(x)$ 滿足 $f(0) + f(2) = 2f(1)$ ，以 $x+1$ 除 $f(x)$ 餘 9，且在 $x=1$ 處的近似直線為 $y = 2x + 3$ ，

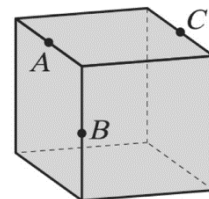
求 $f(0) = \textcircled{9}$ 。答：_____

- B. 小諺在公園跑步時不慎掉了藍芽耳機，已知藍芽耳機發出的訊號是圓形的。小諺立即將地面想成 xy 坐標平面，他找到地面上兩點 $A(3,5)$ 、 $B(5,1)$ ，發現直線 AB 上只有 $\overline{AB}$ 的點可以接收到藍芽訊號，此時他的好友小明也發現直線 $x-2y+7=0$ 上只有一個點有訊號，正想確定此點坐標時，小諺說我找到了，請問藍芽耳機的位置點坐標為 $(\textcircled{10}, \textcircled{11})$ 。

答：_____

- C. 已知空間坐標中， O 為原點， $P(1, 2, 3)$ 在 x 軸、 y 軸上的投影點分別為 A 、 B ，若 C 、 D 兩點在直線 AB 上，滿足 $\overline{OC} = \frac{1}{3}\overline{OA} + \frac{2}{3}\overline{OB}$ ，且 $\overline{OC} \perp \overline{OD}$ ，則 $\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\textcircled{12}}{\textcircled{13}}$ 。(化為最簡分數) 答：_____

- D. 右圖為邊長 10 的正立方體， A 、 B 、 C 各為所在邊之中點，若通過 A 、 B 、 C 三點的平面與此立方體表面相截，則該截痕的面積為 $\textcircled{14}\textcircled{15}\sqrt{\textcircled{16}}$ 。答：_____



- E. 已知平面上有 $\triangle ABC$ ，其中三邊長分別為 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 7$ 、 $\overline{CA} = 8$ ，試求出 $\sin C = \frac{\textcircled{17}\sqrt{\textcircled{18}}}{\textcircled{19}\textcircled{20}}$ 。答：_____

- F. 小諺有兩雙防水靴子、兩雙布鞋，星期一到星期五上學時從這 4 雙鞋任取一雙穿著到學校，但是同一雙鞋不連續穿兩天，雨天時必穿防水靴，已知氣象預報這週星期一、二、五會下雨，假若預報準確，則小諺這週五天有 $\textcircled{21}\textcircled{22}$ 種不同的穿鞋情形。答：_____

六、混合題(共 22 分。請將答案填至答案卷第 G~I 題內)

小諺寫了一個程式讓機器人在 2×2 的棋盤中移動，如圖所示。每執行一次，程式會選擇「上、下、左、右」中的某一個方向，不同方向被選擇的機率均相等，並指示機器人依該方向移動一格，但若選到的方向會跑出棋盤，則機器人會跑到對角的位置(例如： A 的對角位置為 D ， B 的對角位置為 C)。每次執行都是從上次所在位置依程式重新選取的方向移動，假設機器人的初始位置在 A 。令執行程式 n 次後，機器人停留在 A 、 B 、 C 、 D 的機率分別為 a_n 、 b_n 、 c_n 與 d_n 。

G. 試選出正確的選項。(多選題，全對得 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分。)

$$(1) b_1 = \frac{1}{3} \quad (2) b_2 = \frac{1}{4} \quad (3) b_{99} = c_{99} \quad (4) a_{100} < d_{100} \quad (5) b_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{1}{2}c_n + \frac{1}{4}d_n$$

答：_____

H. 試說明對於所有自然數 n ， $b_n = c_n$ 恆成立。(6 分)

I. 若機器人最後停留在 A 、 B 、 C 、 D 分別可獲得獎金 100、200、300、100 元，則執行 10 次所得獎金的期望值為幾元？

(6 分) 答：_____

班級：_____座號：_____姓名：_____得分：_____

第壹部分(14 分)

一、單選題(6 分)

1.

二、多選題(8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分。)

2.

第貳部分(96 分)

三、單選題(每題 6 分，共 24 分。)

3.	4.	5.	6.

四、多選題 (每題 8 分，共 16 分。答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分。)

7.	8.

五、填充題(每題 6 分，共 36 分。請將答案填至答案卷第 A~F 題內)

A.	B.	C.
D.	E.	F.

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____ 得分：_____

六、混合題 (請詳細寫下計算過程，未有過程僅有答案者，不給分。)

小諺寫了一個程式讓機器人在 2×2 的棋盤中移動，如圖所示。每執行一次，程式會選擇「上、下、左、右」中的某一個方向，不同方向被選擇的機率均相等，並指示機器人依該方向移動一格，但若選到的方向會跑出棋盤，則機器人會跑到對角的位置(例如： A 的對角位置為 D ， B 的對角位置為 C)。每次執行都是從上次所在位置依程式重新選取的方向移動，假設機器人的初始位置在 A 。令執行程式 n 次後，機器人停留在 A 、 B 、 C 、 D 的機率分別為 a_n 、 b_n 、 c_n 與 d_n 。

G. 試選出正確的選項。(多選題，全對得 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分。)

$$(1) b_1 = \frac{1}{3} \quad (2) b_2 = \frac{1}{4} \quad (3) b_{99} = c_{99} \quad (4) a_{100} < d_{100} \quad (5) b_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{1}{2}c_n + \frac{1}{4}d_n$$

答：_____

H. 試說明對於所有正整數 n ， $b_n = c_n$ 恆成立。(6 分)

I. 若機器人最後停留在 A 、 B 、 C 、 D 分別可獲得獎金 100、200、300、100 元，則執行 10 次所得獎金的期望值為幾元？(6 分)

答：_____ 元

114 學年度第一學期高三期末考數學乙參考答案

1. (5) 2. (2)(3)(5) 3. (3) 4. (1) 5. (1) 6. (4) 7. (2)(5) 8. (1)(5)

A. 4 B. (4, 3) C. $\frac{1}{8}$ D. $50\sqrt{2}$ E. $\frac{5\sqrt{3}}{14}$ F. 26 G. (2)(3)(5) H. 略 I. 175