

台中市台中女中 114 上高一第一次期中考

一、多選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 10 分。（每個選項各 2 分）

1. 下列哪些選項是正確的？

- (1) 若 $a - b$ ， $a + b$ 都是有理數，則 a ， b 為有理數
- (2) 若 a ， b 都是無理數，則 $a - b$ ， $a + b$ 必為無理數
- (3) 設 a ， b 是實數，且 $a + b\sqrt{3} = 0$ ，則 $a = b = 0$
- (4) 數線上可使用尺規作圖標出 $\sqrt[6]{27}$ 的位置
- (5) 若 a 為一實數，且 a^4 與 a^6 都是有理數，則 a 是有理數

2. 下列哪些選項是正確的？

- (1) 設 x 為實數，若 $|x + 1| : |x - 3| = 5 : 4$ ，則 x 為 4
- (2) 若 a ， b 為實數且 $a < b$ ，則 $\frac{3a + 2b}{4} > b$
- (3) 若 a ， b 為實數且 $a < b$ ，則 $\frac{a + b}{2} < \frac{2a + 3b}{5} < \frac{4a + 5b}{8}$
- (4) 若 a ， b 為實數且 $a < b$ ，若 $c = -\frac{1}{7}a + \frac{8}{7}b$ ，則 $|a - b| = 7|c - b|$
- (5) 若 a ， b 為實數且 $a < b$ ，若 $c = -\frac{1}{7}a + \frac{8}{7}b$ ，則 c 在 a ， b 之外

3. 設 $x^2 - 4x + 1 = 0$ ，則下列選項何者正確？

(1) $x + \frac{1}{x} = 4$

(2) $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$

(3) $x^2 - \frac{1}{x^2} = 8\sqrt{3}$

(4) $x^4 - \frac{1}{x^4} = 112\sqrt{3}$

(5) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

1

二、填充題（占 70 分）

說明：第 4 題至第 17 題，每題 5 分。

4. 試求 $\sqrt[6]{\frac{4}{27}} \times \sqrt{\sqrt[3]{\frac{16}{3}}} \times \left(\frac{81}{16}\right)^{-0.25} + 10^{-\log 3} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

5. 設 $a^2 = 5$ ，試求 $(a+2)(a-2)(a^2+2a+4)(a^2-2a+4)$ 之值為何【 】。

6. 設 x, y 為有理數，若 $(4 + \sqrt{12})x + (2 - \sqrt{3})y = 10 + \sqrt{27}$ ，
則數對 (x, y) 之值為【 】。

7. 將 $\frac{2467}{3330}$ 化成小數，令 a_n 表 $\frac{2467}{3330}$ 小數點後第 n 位數字，

試求 $a_{2025} = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

8. 若 $|ax + 2| \leq b$ 的解為 $-3 \leq x \leq 7$ ，求數對 $(a, b) =$ 【 】。

9. 目前國際使用芮氏規模來表示地震強度。設 $E(r)$ 為芮氏規模 r 時所釋放出來的能量， r 與 $E(r)$ 的關係如下： $\log E(r) = 5.24 + 1.44r$ 。試問：芮氏規模 7.2 的地震所釋放出來能量是芮氏規模 5.2 的地震所釋放出來能量的【 】倍。(四捨五入至整數位，已知 $10^{1.44} = 27.54$)

10. 試問有多少個整數 x 滿足 $10^8 < 2^x < 8^{10}$ ：【 】。

11. 在數線上， C 、 D 兩點在 A 、 B 之間，已知 C 點坐標為 5， D 點坐標為 6，且 $\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : 2$ ， $\overline{AD} : \overline{BD} = 3 : 2$ ，則 A 點坐標為【 】。

12. 已知 a 、 b 均為正數，若 $a + 2b = 2$ ，試求 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值【 】。

13. 三隻螞蟻放在數線上，而且三隻螞蟻都沿著數線移動，在某個時刻三隻螞蟻的位置分別在 $A(-4)$ ， $B(3)$ ， $C(x)$ ，且三隻螞蟻彼此的距離和小於等於 16，試問 x 的範圍？【 】。

14. 我們將「 $2^n - 1$ 」型式的質數稱為梅森質數，科學家於 2017 年底，發現了當時的最大質數：「 $2^{77232917} - 1$ 」，同時此數也是第 50 個梅森質數（由小而大排列）。日本出版社虹色社把這個第 50 個梅森質數印成一本書出版，書名為 (2017 年最大の質數)。假設每頁可以印出 3000 個數字（紙張為 A4），試問該書將所有的數字都印出來，至少需要【 】頁。

15. 溶液中的 pH 值是指溶液中氫離子濃度的常用對數值乘上 (-1) 。

若以 $[H^+]$ 表示氫離子濃度，則 $pH = -\log[H^+]$ ，

例如純水在 25°C 時的 $[H^+] = 10$ 莫耳/升，因此純水的 pH 值為 $-\log 10 = 7$

今有 A 溶液 pH 值為 4， B 溶液 pH 值為 5，若以 A 溶液 20 毫升與 B 溶液 10 毫升充分混合，並假設混合後體積不變，求新溶液的 pH 值為何？【 】。

(四捨五入到小數點以下第 2 位)

16. 已知 $a = \sqrt{12 + 4\sqrt{5}}$ ， $b = \sqrt{12 - 4\sqrt{5}}$ 。若 $x = 10^a \times 10^b$ ，則 $\log x$ 之值為何？
【 】。

17. 已知 $2 \approx 10^{0.3010}$ ， $3 \approx 10^{0.4771}$ ， $7 \approx 10^{0.8451}$ 。問 3^{50} 是幾位數為 a 又最高位數字為 b ，求數對 $(a, b) =$ 【 】。

参考答案

1. 14

2. 45

3. 15

4. $\frac{7}{9}$

5. 61

6. (2, 1)

7. 0

8. (-1, 5)

9. 758

10. 3

11. $\frac{15}{4}$

12. 4

13. $-5 \leq x \leq 4$

14. 7750

15. 4.15

16. $2\sqrt{10}$

17. (24, 7)