

台中市台中女中 114 上高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 89 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-6-4-2-0)

1. 請問下列何者週期為 π ？

(1) $y = |\sin(2x + 4) - 8|$

(2) $y = \frac{\cos x}{\sin 290^\circ} + \frac{\sin x}{\cos 290^\circ}$

(3) $y = \sin^2 x - \sin x \cos x + 4 \cos^2 x$

(4) $y = 2|\sin x| + |\cos x|$

(5) $y = (\cos x - \sin x)(\cos x + 2 \sin x)$

2. 請問下列何者正確？

(1) $\sqrt{1 + \sin 340^\circ} - \sqrt{1 - \sin 340^\circ} = -2 \sin 10^\circ$

(2) $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - 180\right)$

(3) $\cos x = \frac{x}{7}$ 共有 5 個實根

(4) $y = \cos x + |\cos x|$ 的圖形對稱於 y 軸

(5) $y = \tan x + |\tan x|$ 的圖形對稱於 y 軸

9. $\triangle ABC$ 中， $\cos(\angle A) = -\frac{1}{2\sqrt{15}}$ ， $\sin(\angle B - \angle C) = \frac{\sqrt{59}}{9\sqrt{15}}$ ，則 $\cos(2\angle B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. $x \in \mathbb{R}$ ，則函數 $f(x) = 3 + 2(\sin x + \cos x) - \sin 2x$ 的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則 $\sin 2x + \cos 2x = \frac{1}{3} + \sin x$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個實數解。

12. 已知 $0 \leq x \leq \pi$ ，且 $6\sin x + 8\cos x = 5$ ，則 $\sin x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 已知 $\sin \theta$ ， $\cos \theta$ 為 $5x^2 - x + t = 0$ 之兩根，且 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，
則 $\cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. $(1 + \tan 1^\circ)(\tan 2^\circ + \tan 43^\circ + \tan 2^\circ \cdot \tan 43^\circ)(1 + \tan 44^\circ)(\tan 73^\circ - \tan 13^\circ - \sqrt{3}\tan 73^\circ \cdot \tan 13^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. $\frac{1}{\sin \frac{5\pi}{18}} - \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{23\pi}{18}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

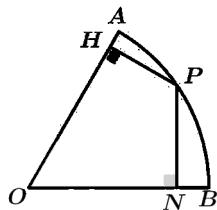
16. 如圖，邊長為 2 的正方形，分別以四個頂點為圓心，半徑為 2 畫弧，則塗色部分的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4

第貳部分：混合題（占 11 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17. 如圖，已知扇形 OAB 的半徑 $\overline{OA} = 2$ 且 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ ，而 P 為弧 AB 上的動點，使得 $\angle OHP = \angle ONP = \frac{\pi}{2}$ ，設 $\angle PON = \theta$ ，試選出正確的選項。(多選題，5 分，5-3-1-0)



(1) $\overline{OH} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)$

(2) $\overline{ON} = 2 \cos \theta$

(3) 四邊形 $OHPN$ 的周長為 $2 \times \left[\sin \theta + \cos \theta + \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \right]$

(4) 四邊形 $OHPN$ 的周長有最大值時，此時 $\theta = \frac{\pi}{6}$

(5) 四邊形 $OHPN$ 的周長有最大值為 $2 + 2\sqrt{3}$

18. 設 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{12}$ ，當 $\theta = \alpha$ 時，四角形 $OHPN$ 的面積有最大值為何？，此時 $\tan \alpha = ?$ （非選擇題，6 分）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 1345 2. 134 3. 2345

4. $f > c > e > d > b > a > g$

5. $\frac{\pi}{4}$

6. $\frac{1}{2}$

7. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{3}$

8. $\left(2, \frac{\pi}{8}, \frac{40}{3}\right)$

9. $-\frac{5}{54}$

10. 5

11. 4

12. $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$

13. $-\frac{7}{25}$

14. $2\sqrt{3}$

15. 4

16. $\frac{4\pi}{3} + 8\sqrt{3} - 16$

第貳部分：混合題

17. 2345

18. $\frac{2}{3}$; $2 - \sqrt{3}$