

請於答案卡上正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或劃記錯誤，扣 10 分。

作答說明：可使用符合規定的計算機輔助作答。

多選題：(共 1 題，全對得 8 分，每錯 1 個選項扣 2 分，錯 4 個或 5 個選項或未作答以 0 分計。)

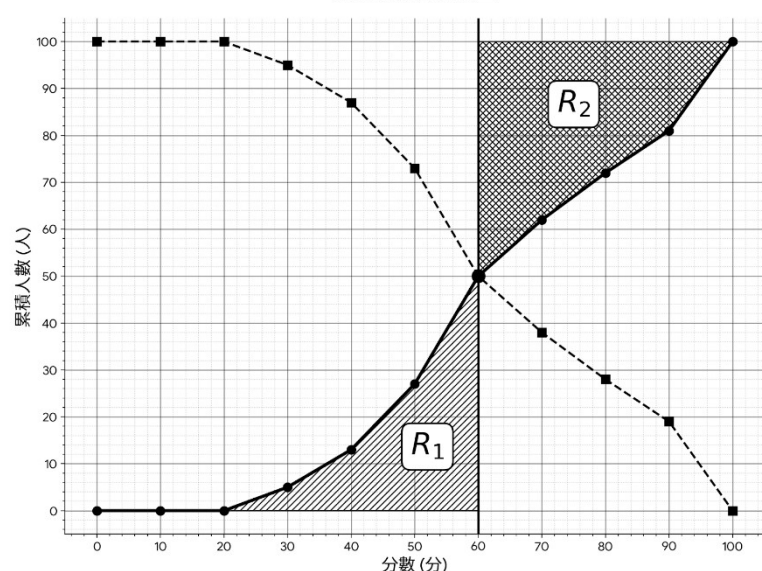
1. 附圖為串高全校 100 位學生的數學期中考累積次數分配圖 (包含以上累積與以下累積折線)。已知：

1. 兩條累積折線交於點 P 。
2. 直線 L 為通過 P 點的鉛直線，並與以下累積次數折線將圖形區分為左下斜線區域 R_1 與右上網格區域 R_2 。
3. 本次考試成績最低分高於 20 分。

請選出正確的選項：

- (1) 由圖表中 P 點的位置，可判定本次考試成績的中位數為 60 分。
- (2) 觀察圖中區域面積大小，可見 R_2 面積明顯大於 R_1 ，據此可判定本次考試的算術平均數大於中位數。
- (3) 觀察實線的折線圖走勢，由於 90~100 分區段的斜率明顯大於 20~30 分區段，可判定 90 分以上的學生人數比 30 分以下的人數多。
- (4) 在任一分數 x ，以上累積次數與以下累積次數之和恆為 100，故兩條折線圖形必關於水平線 $y=50$ 呈上下鏡射。
- (5) 若全校每位學生減 10 分，則點 P 與直線 L 會同步平移，且 R_1 與 R_2 的面積大小關係保持不變。

累積次數分配圖



附表一

級分	分數區間
15	$80.13 < X \leq 100.00$
14	$74.40 < X \leq 80.13$
13	$68.68 < X \leq 74.40$
12	$62.96 < X \leq 68.68$
11	$57.23 < X \leq 62.96$
10	$51.51 < X \leq 57.23$
9	$45.79 < X \leq 51.51$
8	$40.06 < X \leq 45.79$
7	$34.34 < X \leq 40.06$
6	$28.62 < X \leq 34.34$
5	$22.89 < X \leq 28.62$
4	$17.17 < X \leq 22.89$
3	$11.45 < X \leq 17.17$
2	$5.72 < X \leq 11.45$
1	$0.00 < X \leq 5.72$
0	$X = 0.00$
級距	5.72333

附表二

級分	人數	百分比	累計人數	累計百分比
15	1,112	1.23	90,579	100.00
14	1,926	2.13	89,467	98.77
13	3,383	3.73	87,541	96.65
12	5,000	5.52	84,158	92.91
11	5,644	6.23	79,158	87.39
10	8,788	9.70	73,514	81.16
9	10,360	11.44	64,726	71.46
8	9,178	10.13	54,366	60.02
7	11,136	12.29	45,188	49.89
6	9,949	10.98	34,052	37.59
5	8,546	9.43	24,103	26.61
4	6,103	6.74	15,557	17.18
3	5,786	6.39	9,454	10.44
2	3,016	3.33	3,668	4.05
1	632	0.70	652	0.72
0	20	0.02	20	0.02

A~N 共 14 題為選填題，每題 6 分。O 題為非選擇題，該題請在答案卷作答。

(A、B 題為題組)

附表一與二分別為 115 學年度學科能力測驗數學 A 考科(簡稱數 A)之「原始分數與級分對照表」與「級分人數與百分比累計表」。已知數 A 原始分數 X 經閱卷後均以整數計分。此外，台大電機系於 115 學年度申請入學之檢定標準，要求數 A 須達到「頂標」；根據大考中心定義，「頂標」為該科成績位於第 88 百分位數 (PR88) 之考生級分。

請根據上述條件，回答下列問題：

A、串哥欲獲得數 A 之「滿級分」(即 15 級分)，其數 A 原始分數 X 至少需為 ②③ 分。

B、串哥欲通過台大電機系的數 A 檢定標準，其數 A 原始分數 X 至少需為 ④⑤ 分。

C、已知 $a_1 = 24$ ， $a_{n+1} = 3a_n + (-1)^n \times 2^{(n^2)}$ ， $\forall n \in N$ ，則 $a_3 =$ ⑥⑦⑧。

(D、E、F 題為題組)

若 $\{a_n\}$ 為等差數列，且數列 $\{b_n\}$ 滿足 $b_n = a_n + n$ ， $\forall n \in N$ 。已知 $a_{13} = 36$ ， $b_9 = 33$ 。

請根據上述條件，回答下列問題：

D、 $b_{20} =$ ⑨⑩。

E、若 $S = 2^{b_1} + 2^{b_2} + 2^{b_3} + \dots + 2^{b_{20}}$ ，且 $2^t = 30S + 4$ ，則 $t =$ ⑪⑫。

F、若 p 、 q 、 r 均為正整數，滿足 a_p 、 a_q 、 a_r 成等差，且 b_p 、 b_{2q} 、 b_{4r} 亦成等差，則 $\frac{3p+2q}{r} =$ ⑬。

(G、H 題為題組)

已知四數 x_1, x_2, x_3, x_4 的算術平均數 $\mu_1 = 10$ ，標準差 $\sigma_1 = 3$ 。

請根據上述條件，回答下列問題：

G、若四數 $\frac{100-x_1}{3}, \frac{100-x_2}{3}, \frac{100-x_3}{3}, \frac{100-x_4}{3}$ 的算術平均數為 μ_2 ，標準差為 σ_2 ，則 $\mu_2 + \sigma_2 =$ (14)(15)。

H、若 $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1 = 390$ ，且四數 $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_2+x_3}{2}, \frac{x_3+x_4}{2}, \frac{x_4+x_1}{2}$ 的算術平均數為 μ_3 ，標準差為 σ_3 ，則 $\sigma_3^2 =$ (17)(18)。(16)。(請化簡至最簡分數)

(I、J 題為題組)

某公司民國 109 年營業額為 40 億元，民國 110 年營業額為 48 億元，該年的成長率為 20%。

若民國 111, 112, 113, 114 四年的成長率分別為 $a\%, b\%, c\%, d\%$ ，並計算出此四年平均成長率為 50%。

請根據上述條件，回答下列問題：

I、該公司民國 114 年的營業額為 (19)(20)(21) 億元。

J、該公司宣稱民國 115 年的成長率預期可達 $e\%$ ，將使民國 111 到 115 五年的平均成長率上升至 80%。

則 $e =$ (22)(23)(24)。(四捨五入至整數位)

(K、L 題為題組)

為減輕青年購屋負擔，財政部推動「新青年安心成家貸款」(簡稱新青安房貸)。該政策透過利息補貼降低支出，並提供最長 5 年寬限期(僅需繳息不還本)與延長攤還年限最長至 40 年等措施，靈活化資金配置。串哥計畫購買一間總價 1000 萬元的房產，他自備了 400 萬元，剩餘的 600 萬元向銀行申請「新青安房貸」。

串哥申請的相關貸款條件如下：

1. 貸款總年限：30 年(1 個月 1 期，共 360 期)。

2. 寬限期：前 5 年(共 60 期)，此期間每一期期末僅需繳納利息，不需償還本金。

3. 利率條件：年利率固定為 1.8%，採月複利計息(即月利率 $r = \frac{1.8\%}{12} = 0.15\%$)。

4. 還款方式：寬限期結束後，將剩餘本金以本利平均攤還法於剩下的 25 年(共 300 期)內分期償還。

請根據上述條件，回答下列問題：

K、請計算串哥在「寬限期」內，每一期期末應繳納的利息金額為 (25)(26)00 元。

L、設「寬限期」結束後，串哥每一期期末應繳納的金額為 x 元。已知第 61 期期初欠款為 600 萬元，且至第 360 期期末剛好還清，請計算每一期期末應還金額 x 為 (27)(28)000 元。(四捨五入近似至千位數)

M、在資訊科學中，電腦儲存實數是採用「IEEE 754」標準，其中雙精度浮點數(Double Precision)使用 64 位元來儲存一個數字。受限於硬體空間，電腦能辨識的有效精度約為 10^{-16} 。

現考慮一個等比級數的累加過程，其首項 $a_1 = 1$ ，公比 $r = \frac{1}{2}$ 。

已知該級數在數學理論上的理想總和為 $S = 2$ ，而前 n 項的和為 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。

當「理想總和 S 」與「前 n 項和 S_n 」的絕對誤差低於電腦的精度極限 10^{-16} 時，即滿足 $|S - S_n| < 10^{-16}$ ，此時電腦將無法辨識兩者的微小差異，並會直接判定運算結果已達到精度極限。

試求出電腦判定恰達到精度極限時($|S - S_n| \approx 10^{-16}$)，此數列需要累加的項數 n 為 (29)(30)。(無條件進位至整數位)

N、給定一個邊長為 1 的正方形 S_1 。

步驟 1：在 S_1 內部畫一個內切圓 C_1 。

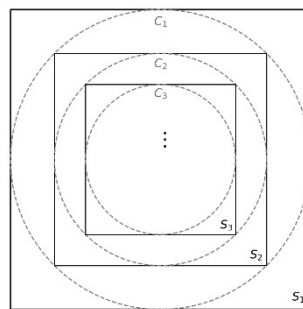
步驟 2：在 C_1 內部畫一個內接正方形 S_2 ，其四個頂點均在圓 C_1 上。

步驟 3：重複上述步驟，在 S_2 中畫內切圓 C_2 ，再於 C_2 中畫內接正方形 S_3 ，依此類推。

附圖為前 3 個正方形與圓形的繪製結果。

若此過程持續進行，令 a_n 為第 n 個正方形 S_n 的面積。

請問前 10 個正方形的面積總和 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} =$ (34)(35)(36)(37)。(31)(32)(33)。



O、已知數列 $\{a_n\}$ 的一般項為 $a_n = (n)(n+1), \forall n \in N$ ，且其前 n 項和為 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。

請證明 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 對於所有的正整數 n 恆成立。(8 分，請書寫於答案卷)

參考答案：

1、(1)(2)(3)(4)(5)	A、81	B、63	C、226	D、77
E、82	F、9	G、31	H、 $\frac{13}{4}$	I、243
J、273	K、9000	L、25000	M、55	N、 $\frac{1023}{512}$

臺中一中 114 學年度第二學期第一次期中考 高一數學答案卷

一年____班____號 姓名：_____

O、已知數列 $\{a_n\}$ 的一般項為 $a_n = (n)(n+1)$ ， $\forall n \in N$ ，且其前 n 項和為 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。

請證明 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 對於所有的正整數 n 恆成立。(8 分)