

市立臺中一中 114 學年度第一學期第一次期中考 高一數學試題 科目代碼：03
請於答案卡上正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或劃記錯誤，扣 10 分。

一、單選題：共 42 分。

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。。

1. 若 $a=32^{1.2}$ 。試選出正確的選項。

- (1) $45 < a \leq 55$ (2) $55 < a \leq 65$ (3) $65 < a \leq 75$ (4) $75 < a \leq 85$ (5) $85 < a \leq 95$

2. 若 $b=\log_{10}\sqrt[3]{100}$ 。試選出正確的選項。

- (1) $1.5 < b \leq 1.55$ (2) $1.55 < b \leq 1.6$ (3) $1.6 < b \leq 1.65$ (4) $1.65 < b \leq 1.7$ (5) $1.7 < b \leq 1.75$

3. 若 $-3 \leq x \leq 5$ ，則 $c \leq x^2 \leq d$ 。試問上述中 $d-c$ 的最小值為何？

- (1)2 (2)8 (3)9 (4)16 (5)25

4. 若 $\sqrt{33-20\sqrt{2}}=e-\sqrt{f}$ ，其中 $e、f$ 均為整數。試選出正確的選項。

- (1) $e > f > 6$ (2) $f > e > 6$ (3) $e > 6 > f$ (4) $f > 6 > e$ (5) $6 > e > f$

5. 若 $1 \leq g \leq 100$ ， g 為整數， $\sqrt{g}-6$ 為大於 0 的有理數。符合上述要求的 g 值有幾個？

- (1)0 個 (2)2 個 (3)4 個 (4)6 個 (5)7 個

6. 若 $10^{\log_{10}x}=3.1 \times 10^4$ 。試選出正確的選項。

- (1) x 為整數且為 4 位數 (2) x 為整數且為 5 位數 (3) x 不為整數且 $1000 < x \leq 10000$
(4) x 不為整數且 $10000 < x \leq 100000$ (5) x 不為整數且 $100000 < x \leq 1000000$

7. 已知 $\log 2 \doteq 0.3010$ 、 $\log 3 \doteq 0.4771$ ，若 $100^y=125$ 。試選出正確的選項。

- (1) $1 < y \leq 1.02$ (2) $1.02 < y \leq 1.04$ (3) $1.04 < y \leq 1.06$ (4) $1.06 < y \leq 1.08$ (5) $1.08 < y \leq 1.1$

二、多選題 (共 16 分)

說明：第 8 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分，答錯多於 3 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 試選出正確的選項

- (1) $\frac{1}{6}$ 化為小數後，其小數點後第 114 位數字為 6 (2) $0.\overline{6} + 0.\overline{5} = 0.\overline{8} + 0.\overline{3}$
- (3) 若 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，則 $P(\frac{na+mb}{m+n})$ 必在 $\overline{AB}$ 內部 (4) 若實數 a 、 b 滿足 $0 < a < 1$ ， $0 < b < 1$ ，則 $-a < b - a < 1$
- (5) 若 $abc > 0$ ， $a+b+c < 0$ ， $a > b > c$ 則 $a+c < 0$

9. 試選出正確的選項

- (1) 若 $x+1$ 是無理數，則 $(x+1)(x-1)$ 是有理數
- (2) 若 10^a 為有理數，則 a^{10} 亦為有理數
- (3) 若 $2^a + 2^{-a}$ 為有理數，則 $2^a - 2^{-a}$ 亦為有理數
- (4) $\sqrt{98} + \sqrt{75} > \sqrt{140\sqrt{6}-1}$
- (5) 若 2^a 為 t 位數 ($t \in \mathbb{N}$)，則 4^a 為 $2t$ 位數或是 $2t+1$ 位數

三、選填題：共 7 題，每題 6 分，共 42 分。

A. 已知 $a > 0$ ， $a^{4x} = 3 + \sqrt{8}$ ，試求 $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x + a^{-x}} = \frac{\textcircled{10} - \sqrt{\textcircled{11}}}{\textcircled{16}}$

B. x 為實數，解不等式 $\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} \leq 3$ ，得 $\textcircled{12} \leq x \leq \textcircled{14}$

C. 求滿足不等式 $3|x+1| - x - 2 \leq |2x-3|$ 的實數 x 所形成的區間長度為 $\frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}}$ 。

D. $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{114}$ 共 114 個分數中，可化為有限小數的共有 $\textcircled{17} \textcircled{18}$ 個。

E. 若 $|2x-5| \leq 3$ ， $|y+2| \leq 5$ ，則 $a \leq \frac{y-2xy+3}{x} \leq b$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}$ 。求 $b-a$ 的最小值為 $\frac{\textcircled{19}\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ (化為最簡分數)。

F. 若 $(9+4\sqrt{5})^{100} = a+b\sqrt{5}$ ， $(\sqrt{5}-2)^{201} = c+d\sqrt{5}$ ，其中 a, b, c, d 均為整數。則 $ad+bc = \textcircled{22}$ 。

G. 已知 $a \in \mathbb{R}$ ， a^2 的小數部分是 b ， $b \neq 0$ ， $a+b=6$ ，則 a 的最大值為 $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24} + \sqrt{\textcircled{25}\textcircled{26}\textcircled{27}}}{\textcircled{28}}$ 。(化為最簡根式)

試題結束

簡答

一、 單選題

1. (2) 2.(4) 3.(5) 4. (4) 5. (3) 6.(1) 7. (3)

二、 多選題

8. (1)(2)(4) 9. (4)

三、 填充題

A、 $3-\sqrt{2}$ B、 $-2 \leq x \leq 1$ C、 $\frac{9}{2}$ D、 15 E、 $\frac{35}{2}$ F、 1 G、 $\frac{-1+\sqrt{165}}{2}$