

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一學期 第一次期中考 高三數學乙 試題

一、單選題 (共 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或作答多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 有一枚不均勻的硬幣，其出現正面的機率為 p ，若已知重複丟此硬幣 300 次，出現正面次數的期望值為 75 次，則出現正面次數的標準差為下列哪一個選項？
(1) 7 次 (2) $\frac{15}{2}$ 次 (3) 15 次 (4) 20 次 (5) $\frac{225}{4}$ 次

2. 已知箱中裝有編號 2,4,6,8 的球分別有 1,2,3,4 顆，今從箱中任取一球，且每一球被取到的機會均等。若隨機變數 X 表示所抽出球的號碼，則 X 的變異數 $\text{Var}(X)$ 為下列哪一個選項？
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

3. 已知實數 x, y 滿足聯立不等式
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$$
，若 $2x - 3y$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M + m$ 之值為下列哪一個選項？
(1) -4 (2) -2 (3) 2 (4) 4 (5) 8

4. 摸彩箱中有價值 100 元的紅包 5 個，500 元的紅包 4 個，1000 元的紅包 1 個，今從箱中任取兩個紅包，且每一個紅包被取到的機會均等，則所得金額的期望值為下列哪一個選項？
(1) 300 (2) 350 (3) 500 (4) 650 (5) 700

二、多選題 (共 40 分)

說明：第 5 題至第 8 題，每題 10 分。每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。每個選項 2 分獨立計分，所有選項均未作答者，該題得 0 分。

5. 小綠宣稱其射箭命中紅心的機率是 0.5，小園想要檢定小綠命中紅心的機率 p ，設定步驟如下：

- ① 假設「小綠命中紅心的機率 $p = 0.5$ 」
- ② 確立檢定統計量為「射箭 15 次的命中紅心次數」
- ③ 設定顯著水準為 $\alpha = 0.05$

令隨機變數 X 表示小綠命中紅心的次數，且已知隨機變數 $X \sim B(15, 0.5)$ 的機率分布表如下 (表中的機率值皆為四捨五入至小數點後第 5 位之近似值)，請選出正確的選項。

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = k)$	0.00003	0.00046	0.00320	0.01389	0.04166	0.09164	0.15274	0.19638
k	8	9	10	11	12	13	14	15
$P(X = k)$	0.19638	0.15274	0.09164	0.04166	0.01389	0.00320	0.00046	0.00003

- (1) 在 $p = 0.5$ 的假設之下， $P(X = 3) = C_3^{15} (0.5)^3 (0.5)^{12}$ 。
 - (2) 若試驗的結果為小綠命中 4 次，則小園會傾向拒絕小綠的宣稱。
 - (3) 若試驗的結果為小綠命中 12 次，則小園會傾向拒絕小綠的宣稱。
 - (4) 若將顯著水準 α 改為 0.1，則拒絕域不變。
 - (5) 若將步驟 ① 中欲檢定的假設改為 $p \geq 0.5$ ，顯著水準 $\alpha = 0.1$ ，則拒絕域為 $\{X \geq 11\}$ 。
6. 甲箱中有編號 1,2,3,4,5 的球各一顆，乙箱中有編號 6,7,8,9,10 的球各一顆，每顆球被取到的機會均等。今從甲、乙兩箱中各取出一球，計算兩球的號碼和後再將球放回箱中，共取球 5 次。每次取球若號碼和為奇數可得獎金 200 元，若號碼和為偶數可得獎金 100 元，令隨機變數 X 表示 5 次取球中號碼和為奇數的次數，隨機變數 Y 表示 5 次取球所得的獎金總額，請選出正確的選項。

- (1) $X \sim B(5, \frac{12}{25})$ (2) $Y = 100X + 200$ (3) $E(Y) = 760$ (4) $\text{Var}(X) = \frac{156}{125}$ (5) $\text{Var}(Y) = \frac{624}{5}$

7. 甲、乙兩人一起在某餐廳打工，餐廳規定員工可以在一週七天當中任選三天休假，設甲、乙兩人選擇任一天休假的機率均等且兩人的選擇互相獨立，令隨機變數 X 表示兩人一週當中同時休假的天數，請選出正確的選項。

- (1) $P(X = 0) = \frac{1}{35}$ (2) $P(X = 1) = \frac{18}{35}$ (3) $E(X) = \frac{9}{7}$ (4) $E(X^2) = 2$ (5) $\sigma(X) = \frac{2\sqrt{6}}{7}$

8. 袋中有 2 顆白球、3 顆紅球，考慮以下三種隨機試驗：

①一次取一球，取後不放回，連取三次，令隨機變數 X 表示取到紅球的顆數

②一次取一球，取後放回，連取三次，令隨機變數 Y 表示取到紅球的顆數

③一次取三球，令隨機變數 Z 表示取到紅球的顆數

請選出正確的選項。

(1) $X \sim B(3, \frac{3}{5})$ (2) $P(X=1) = P(Z=1)$ (3) $E(X) = E(Y)$ (4) $Var(X) = Var(Z)$ (5) $Var(Y) < Var(Z)$

三、填充題 (共 25 分)

說明：第 9 題至第 12 題，每格 5 分，每格須全對才給分。答案若為分數請化為最簡分數，根式請化為最簡根式，否則不予計分。

9. 已知阿北的投籃命中率為 $\frac{2}{3}$ ，若阿北連續投籃 4 次，每次進球與否皆為獨立事件，令隨機變數 X 為投進的球數，試求：(1) $P(X > 2) =$ _____ (2) 若事件 $X = k$ 發生的機率最大，則 $k =$ _____

10. 袋中有編號 1 號到 5 號的球各一顆，今從袋中一次取出三球，令隨機變數 X 表示三球號碼的中位數，則 X 的期望值 $E(X) =$ _____。

11. 設隨機變數 X 滿足 $Var(X) = \frac{1}{3}E(X)$ ，且 $E(X^2) = \frac{10}{3}$ ，試求 X 的標準差 $\sigma(X) =$ _____。

12. 設 x, y 皆為整數 且滿足聯立不等式
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 4y \leq 20 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$
，今從該聯立不等式的區域中任取一點 $P(x, y)$ ，令隨

機變數 K 表示 $x + 2y$ 的取值，則 K 的期望值 $E(K) =$ _____。

四、混合題 (共 15 分)

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。非選擇題請以黑色墨水的筆在答題卷上依題號由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

為了籌措社團成發所需的費用，小綠計畫在北一市集上販售紀念 T 恤與紀念背包兩種商品來募款，這兩種商品所需的材料費、製作費、設計費與售價如下表所示。因資金有限，小綠希望材料費不超過 2400 元，製作費不超過 3600 元，設計費不超過 3000 元。若小綠訂製紀念 T 恤 x 件，紀念背包 y 件，且假設小綠所訂製的 T 恤與背包全部都可以售完，試回答下列問題。

	材料費 (元 / 件)	製作費 (元 / 件)	設計費 (元 / 件)	售價 (元 / 件)
紀念 T 恤	80	60	120	400
紀念背包	90	180	60	450

13. 小綠將所訂製的兩種商品全部售出後，所得的利潤可以用下列哪一個選項來表示？ (單選題，3 分)
(1) $80x + 90y$ (2) $60x + 180y$ (3) $120x + 60y$ (4) $400x + 450y$ (5) $140x + 120y$
14. 請根據題目之條件限制，寫出 x, y 所滿足的聯立不等式。 (非選擇題，4 分)
15. 請在答題卷上畫出可行解區域 (以斜線表示該區域)，標出該斜線區域的所有頂點坐標，並求出小綠應訂製 T 恤與背包各幾件才能使利潤有最大值，以及此時的利潤為多少元。 (非選擇題，8 分)

三年_____班_____號，姓名：_____

作答說明：
1. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用藍色或黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）：

1.	2.	3.	4.

二、多選題（每題 10 分，共 40 分）：

5.	6.	7.	8.

三、填充題（每格 5 分，共 25 分）：

9.(1)	9.(2)	10.	11.	12.

四、混合題（第 13 題 3 分，第 14 題 4 分，第 15 題 8 分，共 15 分）：

13.

題號	作答區
14.	
15.	

三年_____班_____號，姓名：_____

作答說明：
2. 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用藍色或黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）：

1.	2.	3.	4.
(2)	(4)	(1)	(5)

二、多選題（每題 10 分，共 40 分）：

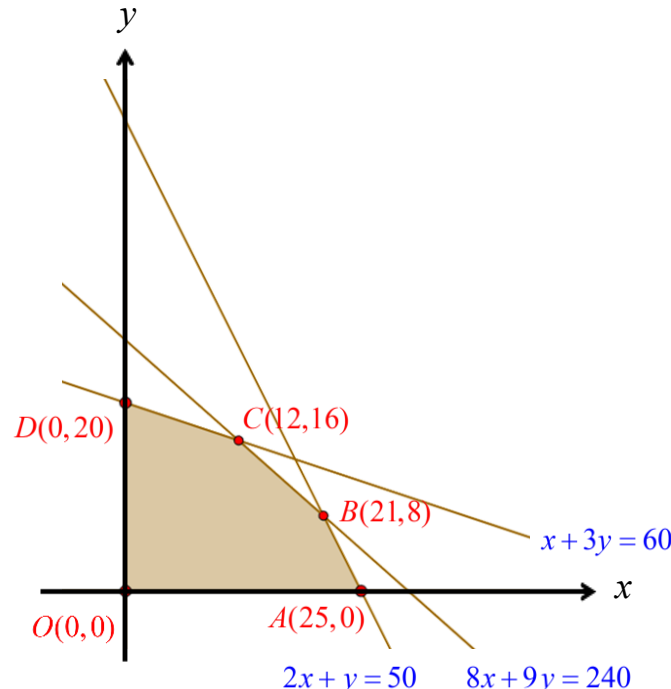
5.	6.	7.	8.
(1)(3)(4)	(3)(4)	(2)(3)(5)	(2)(3)(4)

三、填充題（每格 5 分，共 25 分）：

9.(1)	9.(2)	10.	11.	12.
$\frac{16}{27}$	3	3	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	$\frac{45}{13}$

四、混合題（第 13 題 3 分，第 14 題 4 分，第 15 題 8 分，共 15 分）：

13.
5

題號	作答區												
14.	$\begin{cases} 8x+9y \leq 240 \\ x+3y \leq 60 \\ 2x+y \leq 50 \\ x \geq 0, x \in \mathbb{Z} \\ y \geq 0, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$ (前三式各 1 分，後兩式合計 1 分，沒有寫到 $x, y \in \mathbb{Z}$ 不扣分，不等式沒約分不扣分。)												
15.	 目標為求 $140x+120y$ 之最大值，由頂點法： <table><tr><td>(x, y)</td><td>$(0, 0)$</td><td>$(25, 0)$</td><td>$(21, 8)$</td><td>$(12, 16)$</td><td>$(0, 20)$</td></tr><tr><td>$140x+120y$</td><td>0</td><td>3500</td><td>3900</td><td>3600</td><td>2400</td></tr></table> 當 $(x, y) = (21, 8)$ 時，利潤有最大值 3900 元。 故 T 恤應訂製 21 件，背包應訂製 8 件， 利潤會有最大值 3900 元。	(x, y)	$(0, 0)$	$(25, 0)$	$(21, 8)$	$(12, 16)$	$(0, 20)$	$140x+120y$	0	3500	3900	3600	2400
(x, y)	$(0, 0)$	$(25, 0)$	$(21, 8)$	$(12, 16)$	$(0, 20)$								
$140x+120y$	0	3500	3900	3600	2400								