

作答注意事項

1. 請在答案卷上使用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷結果。
2. 請在答案卷上書寫班級、座號、姓名，未正確填寫者扣總分 5 分。
3. 本次考試不能使用計算機，若拿出計算機則視為試場違規行為。

※ 參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$

一、 單選題（每題 6 分，共 12 分）

1. 坐標平面上滿足 $\log_7 5^x + \log_6 4^y = 3$ 的所有點 (x, y) 所形成的圖形為下列何者？

(1) 點 (2) 直線 (3) 射線 (4) 線段 (5) 圓

2. 已知 x 為任意實數，求 5^{2x^2+4x} 的最小值為何？

(1) 1 (2) -2 (3) 25 (4) $\frac{1}{25}$ (5) $\sqrt{5}$

二、 多重選擇題（每題 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答得 0 分，共 30 分）

1. 下列選項哪些正確？

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_4 3} = \frac{1}{9}$ (2) $\log_2(-5)^2 = 2\log_2(-5)$ (3) $\log_4 9 = \log_2 3$ (4) $\log_3 16 - \log_3 4 = \frac{\log_3 16}{\log_3 4}$ (5) $\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3}$

2. 在函數圖形 $y = 2^x$ 上，標示 A 、 B 、 C 、 D 四個點，其 x 坐標分別為 -1 、 0 、 1 、 2 ，請問下列敘述哪些正確？

(1) 函數圖形 $y = 2^x$ 為一凹口向上的圖形 (2) 在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 中，以 $\overline{CD}$ 的斜率最大
(3) 直線 $y = 2x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形有兩個交點 (4) 點 A 與點 C 對稱於 y 軸 (5) 點 B 落在直線 AC 下方

3. 設 $f(x) = 0.5^x$ 、 $f_1(x) = -0.5^x$ 、 $f_2(x) = 2^{-x}$ 、 $f_3(x) = 2^x$ 、 $f_4(x) = \log_2 x$ 、 $f_5(x) = \log_{0.5} x$ ，請問下列敘述哪些正確？

(1) $y = f(x)$ 的圖形和 $y = f_1(x)$ 的圖形對稱於 x 軸 (2) $y = f(x)$ 的圖形和 $y = f_2(x)$ 的圖形對稱於 y 軸
(3) $y = f(x)$ 的圖形和 $y = f_3(x)$ 的圖形對稱於 x 軸 (4) $y = f(x)$ 的圖形和 $y = f_4(-x)$ 的圖形對稱於直線 $y = x$
(5) $y = f(x+3)$ 的圖形和 $y = f_5(x+3)$ 的圖形對稱於直線 $x - y = -3$

4. 設 $P(a,b)$ 、 $Q(c,d)$ 兩點均在對數函數 $y = \log_2 x$ 的圖形上，請問下列哪些點會在 $y = \log_2(2x)$ 的圖形上？

- (1) $(4,3)$ (2) $(a,b+1)$ (3) $(\frac{1}{c}, 1-d)$ (4) $(a^2, 2b)$ (5) P 與 Q 的中點 R

5. 設 $a = \log(\log 2025)$ 、 $b = \log(2025^2)$ 、 $c = (\log 2025)^2$ ，請問下列選項哪些正確？

- (1) $b > 6$ (2) $a > b$ (3) $b > c$ (4) $\log b = 2a$ (5) $10^a = \sqrt{c}$

三、 填充題（每格 6 分，共 48 分）

1. 試求 $\frac{2 + \log 2 - 2 \log 5}{3 \log \frac{1}{2}} =$ _____。

2. 設 $f(x) = 4^x - 2^{x+3} + 12$ ，若 $f(x)$ 在 $x = a$ 時有最小值 b ，則：

- (1) $a =$ _____ (2) $b =$ _____

3. 不等式 $\log_{0.2}(x-1) + \log_{0.2}(x-2) \geq \log_{0.2} 12$ 的解為_____。

4. 研究顯示：服用某藥物後，在使用者體內的藥物殘留量隨時間呈指數型衰退。已知在服用某藥物 6 小時後，體內仍殘留有該藥物一半的劑量，若要讓體內藥物劑量降至原來的 5% 以下，則至少需要_____小時。

5. 設一直角三角形的兩股長分別為 $\frac{\log 2\sqrt{2}}{\log 3}$ 與 $\frac{\log 16}{\log 9}$ ，已知此直角三角形的周長為 $\log_3 x$ ，則 $x =$ _____。
6. 已知某銀行推出年利率為 2%，以複利計息（每年複利一次）的儲蓄方案。若小綠打算在今年存入一筆錢，並期待這筆錢在十年後一次領回本利和時可達到十萬元，則小綠今年應存入至少_____元。（四捨五入至整數位）
（參考數值： $\log 1.02 \approx 0.0086$ 、 $10^{0.914} \approx 8.20352$ ）
7. 已知將 $y = 2^x$ 向右平移 3 單位，再向上平移 a 單位後，可得函數 $y = f(x)$ ，將 $y = \log_2 x$ 的圖形向右平移 5 單位，再向上平移 b 單位，可得函數 $y = g(x)$ ，若 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 兩圖形對稱於直線 $y = x$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

四、混合題（共 10 分）（非選擇題須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。）

近年來，科學家發現「狗狗年齡 $\times 7 =$ 人類年齡」的傳統換算方式其實並不準確，因此某動物醫學研究提出一個新的簡化換算公式：

$$\text{人類年齡} = 18 \log_2 (\text{狗狗年齡}) + 31$$

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
2^x 估計值	2	2.144	2.297	2.462	2.639	2.828	3.031	3.249	3.482

試以上述新的簡化換算公式與對照表回答下列問題。

- 〔**單選題，4 分**〕小葵帶他家的狗狗小白去獸醫院檢查時，醫生告訴他：「小白今年已經 3 歲了！」，請問狗狗的 3 歲大約相當於人類的幾歲？
(1) 30 歲 (2) 40 歲 (3) 50 歲 (4) 60 歲 (5) 70 歲
- 〔**非選擇題，6 分**〕美芽今年 58 歲，他很好奇人類的 58 歲，相當於是狗狗實際年齡的幾歲？
（四捨五入至小數點後第一位）

～～ 試題結束 ～～

二年_____班_____號 姓名：_____

一、 單選題（每題 6 分，共 12 分）

1	2

二、 多重選擇題（每題 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答得 0 分，共 30 分）

1	2	3	4	5

三、 混合題（每格 6 分，共 48 分，答案須化至最簡）

1	2 (1)	2 (2)	3
4	5	6	7

四、 計算題（共 10 分）（非選擇題須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。）

1

2

二年_____班_____號 姓名：_____

五、 單選題（每題 6 分，共 12 分）

1	2
(2)	(4)

六、 多重選擇題（每題 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答得 0 分，共 30 分）

1	2	3	4	5
(3)(5)	(1)(2)(3)(5)	(1)(5)	(1)(2)(3)	(1)(5)

七、 混合題（每格 6 分，共 48 分，答案須化至最簡）

1	2 (1)	2 (2)	3
-1	2	-4	$2 < x \leq 5$
4	5	6	7
26	64	82035（82036 亦給分）	(5,3)

八、 計算題（共 10 分）（非選擇題須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。）

1
(4)

2
設 x 為狗狗實際年齡 $18\log_2 x + 31 = 58$ $\Rightarrow 18\log_2 x = 27$ $\Rightarrow \log_2 x = 1.5$ $\Rightarrow x = 2^{1.5} \approx 2.828 \approx 2.8$ 故人類的 58 歲相當於狗狗實際年齡的 2.8 歲