

注意事項： 1. 答案卡上未正確劃記年級、班級、座號，一律扣 5 分！

2. 選填題請將答案化為最簡分數或最簡根式

一、多選題：(佔 48 分)

說明：

第 1 題到第 6 題，每題 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。所有選項均答對者，得 8 分，答錯一個選項者，得 6 分，答錯二個選項者，得 4 分，答錯三個選項者，得 2 分，所有選項均未作答或答錯四個選項以上者，該題以零分計算。

1. 設 $f(x) = \frac{(2^x - 64)(9^x - 1)(114^x + 1)}{(5^x - 125)(2^{-x} - 16)}$ ，若 $f(a) > 0$ ，則 a 值可能為

- (1) $-\sqrt{\pi}$ (2) 0 (3) 1 (4) π (5) $\sqrt{34}$

2. 關於下列敘述，試選出正確的選項。

- (1) 方程式 $\log_3(x+2) = x^2$ 有兩個實數解 (2) 方程式 $\log_3 x + 10^x = 0$ 有一個實數解
(3) 方程式 $\log_3(x^2) = x - 1$ 有兩個實數解 (4) 方程式 $(0.5)^{|x|} = x^3$ 有一個實數解
(5) 方程式 $|\log_3 x| = 10^{x-2}$ 有三個實數解

3. 設四數 $a = \frac{1}{3} \log\left(\frac{7}{4}\right)$ ， $b = \frac{1}{4} \log\left(\frac{11}{7}\right)$ ， $c = \frac{1}{7} \log\left(\frac{11}{4}\right)$ ， $d = \frac{1}{9}$ ，關於此四數的大小，下列哪些正確？

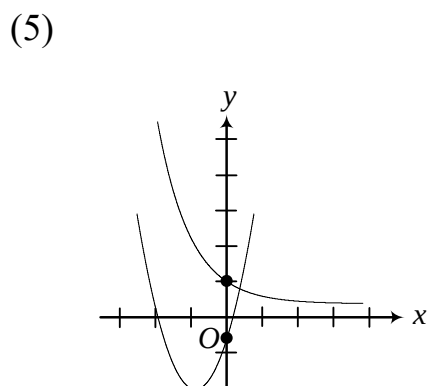
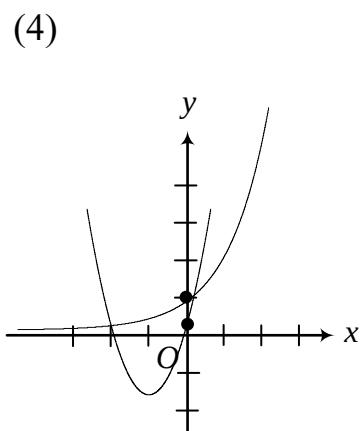
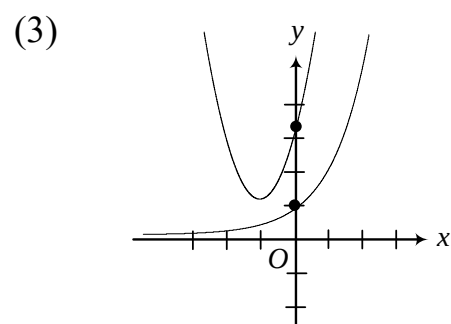
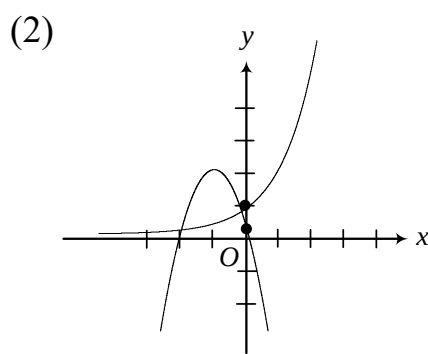
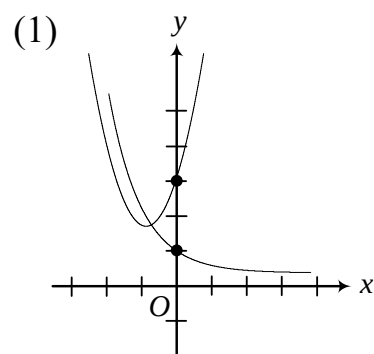
- (1) $a > b > c$ (2) $b > c > a$ (3) $a > c > b$ (4) $d > a > c$ (5) $c > d > b$

4. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，若 $a = 2^{106}$ ， $b = 3^{66}$ ，試選出正確的選項。

- (1) a 的個位數字為 4 (2) b 的最高位數字為 3 (3) b 的最末 2 位數字為 09
(4) $2^{106} > 3^{66}$ (5) $a + b$ 為 32 位數

背面尚有試題

5. 設 a, b 均為實數，則二次函數 $y = ax^2 + 2ax + b$ 與指數函數 $y = \left(\frac{a}{b}\right)^x$ 的圖形可能為下列哪些選項？



6. 設 $f(x) = 9^x + 9^{-x} - 2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{-x} + 16$ ， $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$ ，試選出正確的選項。

- (1) 當 $x=0$ 時， $f(x)$ 有最大值
 (2) 當 $x = \log_3 \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2} \right)$ 時， $f(x)$ 有最小值
 (3) $f(x)$ 的最小值為 $\frac{46}{9}$
 (4) 方程式 $f(x) = 5$ 沒有實數解
 (5) $f(\log 3) = f\left(\log \frac{1}{3}\right)$

二、選填題【一】：(佔 36 分)

說明：1.第 A 至 F 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (7~19)。

2.每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設實數 a, b 滿足 $(\log a)^2 - (\log b)^2 = (2\log 2 + \log 3)(2\log 5 + \log 3)$ ，且 $a = 12b$ ，則 $a =$ 。

B. 不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(\log_2(\log_5 x)) \geq 0$ 有 * + 個整數解。

C. 設 $\log_{16} 25 \leq x \leq \log_4 20$ ，函數 $f(x) = 4^x - 3 \times 2^{x+1} + 10$ 的最大值為 $a + b\sqrt{c}$ ，其中 a 、 b 、 c 皆為整數，且 $1 \leq c \leq 9$ ，則 $a + b + c =$ ， - 。

D. 設 $f(x) = -\frac{x^2}{18} + \frac{8}{3}$ 與 $g(x) = \log_a(x^2)$ ，已知兩函數圖形相交於 A 、 B 兩點，且 $\overline{AB} = 12$ ，則 a 的值為 。 / 0 。

E. 坐標平面上， O 為原點， A 、 B 分別為 $y = a^x$ 、 $y = \log_a x$ 圖形上的點，其中 $a > 1$ 。若 $\triangle OAB$ 為正三角形，且邊長為 $3\sqrt{6}$ ，直線 $\overline{AB}$ 的方程式為 $x + by = c$ ，則數對 $(b, c) =$ (1, 2)。

F. 設 m 為大於 10 的正整數，且滿足不等式

$$\log\left(1 - \frac{1}{10^2}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{11^2}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{12^2}\right) + \dots + \log\left(1 - \frac{1}{m^2}\right) > \log 0.935$$

，則 m 的最大值為 34。

三、選填題【二】：(佔 16 分)

說明：1. 第 G 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (20~29)。
2. 每題完全答對給 4 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

G. 若 $\log_4 m = \log_6 n = \log_9(m+n)$ ，則 $\frac{m}{n} =$ $\frac{56 + \sqrt{7}}{8}$ 。(化為最簡根式)

H. 不等式 $(\log_2 \sqrt{3})^{x^2 - 5x - 7} > \log_3 4$ 的所有整數解之總和為 9； 。

I. 設 $a > 1$ ，正方形 $ABCD$ 的面積為 144，其中 A 、 B 、 C 分別為函數 $y = \log_a x$ ， $y = 2\log_a x$ ， $y = 4\log_a x$ 圖形上的點，且 $\overline{AB}$ 與 x 軸平行，則 $a^3 =$ ； 。

J. 設 a 為大於 1 的正整數，使得方程式 $\log_a x = \sin x$ 恰有一實根，則可能的 a 有 個，總和為 。
 $= >$ 。(< $\square$ > 全對才得分)

試題結束

市立臺中一中 114 學年度第一學期第二次期中考 高二數學 A 簡答

一、多選題

1. (1)(4)(5) 2. (1)(2)(4) 3. (3)(4) 4. (1)(2)(4) 5. (1)(4) 6. (1)(2)(5)

二、選填題【一】

- A. 30 B. 20 C. 23 D. 216 E. (1,9) F. 25

三、選填題【二】

- G. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ H. 15 I. 2 J. 6, 27