

市立臺中一中 114 學年度第二學期 第二次期中考 高二數 A 試題

請正確劃記班級、座號、科目代碼，未劃記或劃記錯誤，扣 5 分。 科目代碼：03

滿分為 112 分，超過 100 分者，以 100 分計。

一、單選題：(共 18 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 擲三顆公正骰子一次，設 A 為「三顆皆為奇數」的事件， B 為「點數和為 k 」的事件，若 $P(A|B) = P(B|A)$ ，則 k 的值為何？
(1) 7 (2) 9 (3) 11 (4) 13 (5) 15

2. 從 6 男 5 女中任選六人，每人被選出的機率都相等，已知被選出的人有男生也有女生的情況下，下列哪一事件的機率大於 $\frac{1}{2}$ ？
(1) 選出男生人數大於選出女生人數 (2) 選出男生人數等於選出女生人數
(3) 選出男生人數小於選出女生人數 (4) 選出偶數個男生
(5) 選出奇數個男生

3. 空間中，一動點從點 $P(1, -2, -3)$ 出發，往 Q 點的方向直線前進，遇到 Q 之後維持相同的方向繼續前進，最後落在平面 $4x + 2y + z = 60$ 上。試問： Q 點可能為何者？
(1) $(1, -5, 3)$ (2) $(2, -1, -9)$ (3) $(-1, -6, -8)$
(4) $(2, -1, -2)$ (5) $(-4, 3, 7)$

二、多選題：(共 32 分)

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

4. 設 A 、 B 、 C 為樣本空間 S 中的三事件，且 S 的元素個數為有限個，請選出正確的選項。

- (1) 若 A 、 B 為獨立事件，且 $P(A \cap B) = P(A)$ ，則 A 必為空事件
- (2) 若 A 、 B 為獨立事件，則 A 與 $A \cap B$ 也是獨立事件
- (3) 若 A 、 B 為互斥事件且 A 、 B 均不為空事件，則 A 、 B 必不為獨立事件
- (4) 若 B 不為空事件，且 $P(A|B) = 0$ ，則 A 、 B 為互斥事件
- (5) 若 A 、 B 、 C 兩兩互為獨立事件，則 A 、 B 、 C 三事件獨立

5. 下表為某班級男、女生人數及補習與否的調查結果，柯南（男）、小蘭（女）兩人皆為該班的學生，且柯南沒有補習，小蘭有補習。老師要從班上任選一人，每人被選到的機率皆相等，請選出正確的選項。

	有補習	沒補習
男生	30	5
女生	10	5

- (1) 小蘭被選中的機率等於柯南被選中的機率
- (2) 已知選中的是男生，則柯南被選中的機率為 $\frac{1}{5}$
- (3) 已知選中的是女生，則小蘭被選中的機率為 $\frac{2}{3}$
- (4) 已知選中的學生有補習，則小蘭被選中的機率為 $\frac{1}{40}$
- (5) 性別與補習狀況為獨立事件

6. 空間中，關於直線 $L: x=2y=3z$ ， $M: \frac{x}{3} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-3}{-1}$ ，下列哪些敘述是正確的？

- (1) $(6,3,2)$ 為直線 L 的一個方向向量
- (2) 直線 L 和直線 M 相交於一點
- (3) 存在一平面包含直線 M 且垂直直線 L
- (4) L 和 M 在平面 $E: 11x-12y-15z=20$ 上的投影圖形為兩相交直線
- (5) L 和 M 在平面 $F: 3x+4y-z=0$ 上的投影圖形為一直線及直線外一點

7. 空間中兩點 $O(0,0,0)$ 、 $P(1,2,3)$ ，請選出正確的選項。

- (1) 過 O 且和直線 $\overline{OP}$ 垂直的平面方程式為 $x+2y+3z=0$
- (2) 直線 $\overline{OP}$ 在 xy 平面上的投影圖形為直線 $\begin{cases} y=2 \\ z=0 \end{cases}$
- (3) 直線 $\overline{OP}$ 在 yz 平面上的投影圖形為直線 $\begin{cases} x=0 \\ 3y=2z \end{cases}$
- (4) 在 xy 平面上，存在一條過原點 O 的直線 L ，使得 P 到 L 之垂直距離為 2
- (5) 在 xy 平面上，存在一條過原點 O 的直線 L ，使得 P 到 L 之垂直距離為 $\sqrt{14}$

三、選填題(一)：(共 54 分)

說明：第 A 題至第 I 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑧~⑳)。每格完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。第 B 題至第 F 題之答案請以最簡分數作答。

A. 空間中，包含直線 $L: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-4}{-2}$ 與點 $A(2, -2, 3)$ 的平面方程式為

⑧x + ⑨y + ⑩z = 16 。

B. 設平面 E 和 x 軸、 y 軸、 z 軸之交點分別為 A 、 B 、 C ，且 $\triangle ABC$ 之重心為 $(1, 2, -3)$ ，

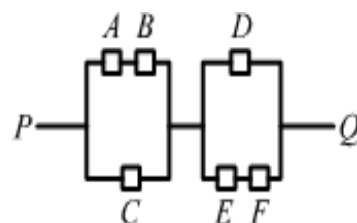
則 $O(0, 0, 0)$ 到平面 E 的距離為 $\frac{\textcircled{11}\textcircled{12}}{\textcircled{13}}$ 。

C. 一袋中有紅球 5 個，白球 2 個，每球被取到的機會相等，某人每次從袋中取出一球記錄其顏色後，將原球放回袋中，並再多放 2 個和原球同色的球到袋中，則前

兩次取出的球恰同色之機率為 $\frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}}$ 。

D. 如圖，電路有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 六個開關，電流通過各開關的機率均為 $\frac{1}{2}$ ，且各開關彼此互不影響，則電流由 P

流至 Q 的機率為 $\frac{\textcircled{18}\textcircled{19}}{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。



- E. 某串生平時上學有三種方式：家長接送、搭公車、騎自行車，比例分別為 30%、60%、10%，而各方式中依序有 10%、25%、20% 的比例會遲到。若該生今天上學遲到，則他今天是搭公車上學的機率為 $\frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}}$ 。
- F. 一袋子內裝有編號 1、2、3、...、11 的球各 1 個。今從袋子中任取一球，取後不放回，連取五球，則在第五次取到偶數的條件下，第二次取到大於 7 的機率為 $\frac{\textcircled{24}}{\textcircled{25}\textcircled{26}}$ 。
- G. 空間中，平面 E 與兩歪斜線 $L: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-3}$ 與 $M: \frac{x-1}{-6} = \frac{y}{2} = \frac{z-7}{1}$ 皆平行，且 L 、 M 在平面 E 的異側。若 L 與平面 E 的距離等於 M 與平面 E 的距離之 3 倍，則平面 E 的方程式為 $x + \textcircled{27}y + \textcircled{28}z = \textcircled{29}\textcircled{30}$ 。
- H. 空間中，兩平行直線 $L_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{a}$ ， $L_2: \begin{cases} 2x-2y+z=-2 \\ 2x+y-2z=1 \end{cases}$ 分別與另一直線 L_3 交於 P 、 Q 兩點，且 $\overline{PQ}=5$ 。設 L_1 和 L_3 之方向向量的銳夾角為 θ ，則 $\sin \theta = \frac{\sqrt{\textcircled{31}}}{\textcircled{32}\textcircled{33}}$ 。(化成最簡根式)

I. 空間中，在平面 $E: x + ay + z = 13$ 上有一直線 $L: \frac{x+k}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ ，設點 $A(1, 8, 7)$

對平面 E 和直線 L 的投影點分別為 P 、 Q ，則 $\overline{PQ} = \frac{\textcircled{34}\sqrt{\textcircled{35}}}{\textcircled{36}}$ 。(化成最簡根式)

四、選填題(二)：(共 8 分)

說明：第 J 題至第 K 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (③⑦~④②)。每格完全答對得 4 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

J. 若直線 $L: \frac{x}{5} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$ 分別和直線 $L_1: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$ ， $L_2: \frac{x-4}{-3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{-1}$ 各有一交點，則數對 $(m, n) = \underline{(\textcircled{37}\textcircled{38}, \textcircled{39}\textcircled{40})}$ 。

K. 空間中，兩直線 $L_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+3}{m} = \frac{z-2}{4}$ ， $L_2: \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-3}{n}$ 在同一平面上，其中 m, n 為整數，則數對 (m, n) 有 ④①④② 組。

試題結束

市立臺中一中 114 學年度第二學期 第二次期中考 高二數 A 簡答

一、 單選題：

1. (3) 2. (5) 3. (4)

二、 多選題：

4. (3)(4) 5. (1)(4) 6. (1)(4)(5) 7. (1)(3)(5)

三、 選填題(一)：

- A. $4x + 2y + 4z = 16$ B. $\frac{18}{7}$ C. $\frac{43}{63}$ D. $\frac{25}{64}$ E. $\frac{3}{4}$
- F. $\frac{9}{25}$ G. $x + 2y + 2z = 10$ H. $\frac{\sqrt{2}}{15}$ I. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

四、 選填題(二)：

- J. $(-4, -3)$ K. 14