

台南市台南女中 114 上高二第一次期中考

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 5 分。

1. 對任意實數 x 而言， $32^{x^2+\frac{4}{5}}$ 的最小值為何？

- (1) 4
- (2) 8
- (3) 16
- (4) $16\sqrt{2}$
- (5) 32

2. 若 $\triangle ABC$ 中， $\tan \frac{A}{2} = \frac{1}{4}$ ， $\tan B = \frac{1}{3}$ ，則 $\tan C$ 的值最接近下列哪一個選項？

- (1) -1
- (2) -2
- (3) -3
- (4) 1
- (5) 2

3. 求 $a = \sin 1.5$ ， $b = \sin 3$ ， $c = \sin 4.5$ ， $d = \sin 6$ 的大小關係為下列哪一個選項？

- (1) $a > b > c > d$
- (2) $a > c > b > d$
- (3) $b > d > c > a$
- (4) $d > c > a > b$
- (5) $a > b > d > c$

4. 已知 $-\pi \leq x \leq 3\pi$ ，試求方程式 $\tan x = \frac{\pi}{360}x$ 恰有幾個實數解？

- (1) 6
- (2) 5
- (3) 4
- (4) 3
- (5) 2

5. 下列哪一個選項數值最大？

- (1) $\cos 46^\circ + \sqrt{3} \sin 46^\circ$
- (2) $\cos 66^\circ + \sqrt{3} \sin 66^\circ$
- (3) $\cos 76^\circ + \sqrt{3} \sin 76^\circ$
- (4) $\cos 86^\circ + \sqrt{3} \sin 86^\circ$
- (5) $\cos 96^\circ + \sqrt{3} \sin 96^\circ$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 6 題至第 11 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

6. 如圖，將矩形紙張 $ABCD$ 的右下角沿 $\overline{EF}$ 摺起，恰使得 A 點落在 $\overline{BC}$ 邊的 G 點上，已知 $\overline{AF} = 10$ ， $\overline{BF} = 8$ ，已知 $\angle AEF = \theta$ ， $\overline{DE} : \overline{AE} = 1 : 5$ ，則下列選項何者正確？

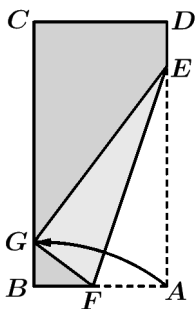
(1) $\angle BFG = \theta$

(2) $\cos \theta = \frac{4}{5}$

(3) $\tan \theta = \frac{3}{4}$

(4) $\cos 2\theta = \frac{4}{5}$

(5) $\overline{AD} = 36$



7. 若 θ 為第四象限角，且 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ ，則下列選項何者正確？

(1) $\tan 2\theta = -\frac{7}{24}$

(2) $\sin 2\theta = -\frac{24}{25}$

(3) 2θ 為第四象限角

(4) $\frac{\theta}{2}$ 為第二象限角

(5) $\cos \frac{\theta}{2} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

8. 圖是函數 $y = a \sin x + b \cos x + c$ 圖形的一部分，則下列選項何者正確？

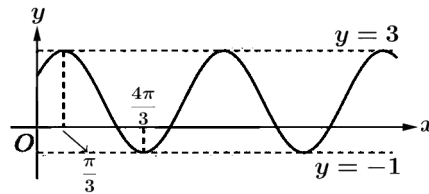
(1) 函數週期為 π

(2) $a = \sqrt{3}$

(3) $b = -1$

(4) $x = \frac{11\pi}{3}$ 為圖形的對稱軸

(5) 圖形通過 $\left(\frac{7\pi}{12}, \sqrt{2} + 1\right)$



9. 已知坐標平面上函數圖形 $y = 5^x$ ，標示 A 、 B 、 C 三個點，其 x 坐標分別為 3、1、-1。則下列選項何者正確？

(1) 函數圖形與任一水平線 $y = k$ 都恰有一交點

(2) B 點位於 $\overline{AC}$ 中點的上方

(3) 在直線 AB 、直線 BC 中，以直線 AB 的斜率最大

(4) 函數圖形 $y = 5^x$ 與 $y = 5^{-x}$ 對稱原點

(5) 函數圖形 $y = x^2$ 與 $y = 5^x$ 有三個交點

10. 令 Γ 為坐標平面上 $y = \cos \pi x$ 在 $-\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$ 的函數圖形。一水平直線 $L: y = k$ 與 Γ 相交，其中三交點 $P(x_1, k)$ 、 $Q(x_2, k)$ 、 $R(x_3, k)$ 滿足 $0 < x_1 < 1 < x_2 < x_3$ 。則下列選項何者正確？

(1) $k > 0$

(2) L 與 Γ 恰有 3 個交點

(3) $x_1 + x_2 \geq 2$

(4) 若 $\overline{PQ} = 5\overline{QR}$ ，則 $k = \frac{1}{2}$

(5) L 與 Γ 所有交點的 x 坐標之和大於 5

11. 設 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 3$, $0 \leq x \leq \pi$, 則下列選項何者正確?

(1) $f(x)$ 的振幅為 5

(2) $f(x)$ 的週期為 2π

(3) 當 $x = \pi$ 時, $f(x)$ 有最小值 -1

(4) 當 $x = \frac{\pi}{3}$ 時, $f(x)$ 有最大值 5

(5) $f(x)$ 的圖形可由 $y = \sin x$ 的圖形經過平移而得

三、填充題 (占 45 分)

說明：第 12 題至第 20 題，每題 5 分。

12. 一扇形的周長為 24，圓心角為 θ 時，有最大面積為 M ，則 $(\theta, M) =$ 【 】。

13. 已知 $1 \leq \theta \leq 10$ ，且 θ 為正整數。則能滿足不等式 $\cos \theta \leq 0$ 且 $\sin 2\theta \leq 0$ 的所有弧度 θ 總和為【 】。

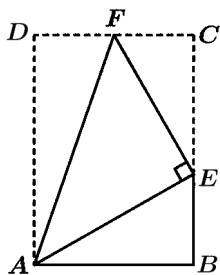
14. 求函數 $f(x) = 2^{2x+1} + 1$ 與 $g(x) = 33 \times 2^{x-2}$ 的圖形在第二象限的交點坐標為【 】。

15. 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，滿足不等式 $\sin x \leq -\frac{1}{2}$ 的所有區間長度總和為 a ，滿足不等式 $\sin x \leq \frac{1}{2}$ 的所有區間長度總和為 b ，則 $\frac{a}{b} =$ 【 】。

16. 設 $-1 \leq x \leq 1$ ，若函數 $f(x) = -3 \times 4^x + 2^{x+2}$ 的最大值為 a ，最小值為 b ，則 $a - b =$ 【 】。

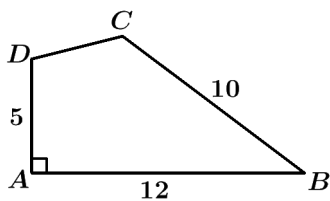
17. 已知 $0 < x < \pi$ ，且不等式 $\sin 2x \leq \sqrt{3} \sin x$ 的解為 $\alpha\pi \leq x < \beta\pi$ ，則 $\beta - \alpha =$ 【 】。

18. 如圖，有一直角三角形 AEF 內接於矩形 $ABCD$ 中，且 E 、 F 分別在 $\overline{BC}$ ， $\overline{CD}$ 上， $\angle AEF = 90^\circ$ ， $\overline{AE} = 8$ ， $\overline{EF} = 7$ ，令 $\angle BAE = \theta$ ，則當 $\overline{AB} = a$ 時，矩形 $ABCD$ 的周長有最大值 b ，求數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。



19. 已知 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 18$ ， $2\angle CBA = \angle CAB$ ，則 $\overline{AB} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

20. 有一個凸四邊形 $ABCD$ ，已知 $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，而 $\cos \angle ABC = \frac{4}{5}$ ，則 $\triangle BCD$ 面積為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。



参考答案

1. 3 2. 1 3. 5 4. 4 5. 2

6. 45 7. 23 8. 25 9. 34 10. 13 11. 24

12. (2, 36)

13. 22

14. $\left(-3, \frac{33}{32}\right)$

15. $\frac{1}{2}$

16. $\frac{16}{3}$

17. $\frac{5}{6}$

18. $\left(\frac{120}{17}, 34\right)$

19. 15

20. 16