

# 臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第 1 學期

## 高二數學科【數學 A】第一次段考題目卷

班級：\_\_\_\_\_座號：\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_

※依據「普通型高級中等學校數學科設備基準計算機規格說明」之建議，本次考試僅限使用下列型號之計算機：E-More FX-127、FuhBao FX-180、Canon F-502G、CASIO FX-82Solar。

### 壹. 單選題（共 15 分）

說明：每題有五個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或作答多於一個選項者，該題以零分計算。

- 
1. 智慧綠園使用「窗邊照度」來自動控制電動窗簾。

小綠以晴天的經驗數據，將窗邊照度  $I(t)$ （單位：lux）設為

$$I(t) = 600 + 400 \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 9)\right), \text{ 其中 } t \text{ 以小時為單位, } 0 \leq t < 24.$$

窗簾策略：當  $I(t) \geq 900$  時自動將窗簾轉為半閉，以免眩光；否則全開。

則在晴天時，窗簾「半閉」的時間為下列何者？

- (A) 11:23 ~ 18:37
- (B) 11:52 ~ 16:08
- (C) 12:08 ~ 17:52
- (D) 12:15 ~ 17:45
- (E) 不存在

2. 承上題，若為陰天時，窗邊照度為  $I_0(t) = 600 + 0.7 \times 400 \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 9)\right)$ ，

則在陰天時，窗簾「半閉」的時間為下列何者？

- (A) 11:23 ~ 18:37
- (B) 11:52 ~ 16:08
- (C) 12:08 ~ 17:52
- (D) 12:15 ~ 17:45
- (E) 不存在

3. 若實數  $x$  滿足  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ，定義  $a = \sin x$ 、 $b = \sin(x^\circ)$ 、 $c = \tan \frac{x}{2}$ ，

則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為下列何者？

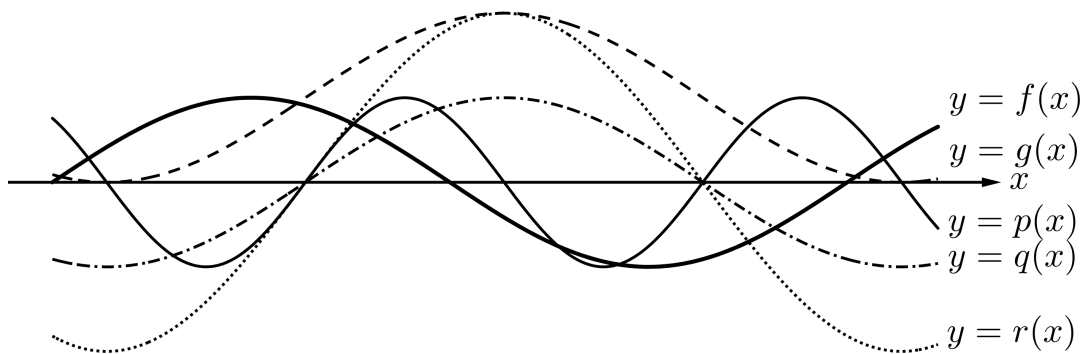
- (A)  $a > b > c$   
(B)  $a > c > b$   
(C)  $c > a > b$   
(D)  $b > a > c$   
(E)  $b > c > a$

貳. 多選題（共 40 分）

說明：每題有五個選項，其中至少有一個是正確的選項。

各題之選項獨立判定，每個選項 2 分；所有選項均未作答者，該題以 0 分計算

1. 下圖為  $y = \sin x$ 、 $y = \sin 2x$ 、 $y = 2 \sin x$ 、 $y = 1 + \sin x$ 、 $y = \sin(2 + x)$  的部分圖形，請問下列選項哪些是正確的？



- (A)  $p(x)$  的週期是  $r(x)$  的一半  
(B)  $g(x)$  的圖形可由  $r(x)$  向上平移 1 單位得到  
(C)  $g(x) = 1 + \sin x$   
(D)  $f(x) = \sin(2 + x)$   
(E) 當  $0 \leq x \leq \pi$  時， $\sin 2x = \sin(2 + x)$  恰有 3 解

2. 已知函數  $f(x) = 3 \cos(2x - \pi) - 1$ ，請問函數  $y = \cos x$  的圖形，經由以下哪些平移量與伸縮量即可得函數  $y = f(x)$  的圖形，其中，水平伸縮以  $y$  軸為中心，鉛直伸縮以  $x$  軸為中心。

(A) 先向右平移  $\frac{\pi}{2}$ ，再水平伸縮為  $\frac{1}{2}$  倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向下平移 1

(B) 先水平伸縮為  $\frac{1}{2}$  倍，鉛直伸縮為 3 倍，再向右平移  $\frac{\pi}{2}$ ，最後向上平移 1

(C) 先向右平移  $\pi$ ，再水平伸縮為  $\frac{1}{2}$  倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向下平移 1

(D) 先向左平移  $\frac{\pi}{2}$ ，再水平伸縮為  $\frac{1}{2}$  倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向上平移 1

(E) 先向左平移  $\pi$ ，再水平伸縮為  $\frac{1}{2}$  倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向下平移 1

3. 若  $0 \leq x \leq \pi$ ，設函數  $y = f(x) = \sin x + \cos x - 3 \sin 2x$ ， $t = \sin x + \cos x$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(A)  $t = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

(B)  $t$  的最大範圍為  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

(C) 以  $t$  表示  $y$  時， $y = -3t^2 + t + 3$

(D)  $f(x)$  的最大值為  $\frac{37}{12}$

(E)  $f(x)$  的最小值為  $-1$

4. 已知  $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ ，其中  $a > 0$  且  $b > 0$ ，

若  $f(x)$  滿足以下條件

①  $f(1) = f(3) = f(13) = -3$

②  $f(2) = -2\sqrt{3}$

③ 當  $1 < x < 3$  時， $f(x) < -3$

④ 當  $3 < x < 13$  時， $f(x) > -3$

請問下列選項哪些是正確的？

(A)  $b = \frac{\pi}{6}$

(B)  $c = \frac{7\pi}{6}$

(C)  $a = 2\sqrt{3}$

(D)  $d = 0$

(E)  $f(8) = 2\sqrt{3}$

參. 填充題（共 45 分）

說明：第 A 至 G 題，每一個「○」代表一個字元，可填入 0～9 的一位數字，或符號「-」或「±」，答案皆需化簡為最簡分數或最簡根式。

請將各題的答案完整謄寫至答案卷對應之作答欄內，未完全答對不給分。

|    |   |   |    |    |    |    |    |    |
|----|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 題數 | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 得分 | 0 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 40 | 45 |

A. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\cos A = \frac{15}{17}$ 、 $\cos B = \frac{45}{53}$ ，

則  $\cos C = \frac{\text{○○○○}}{\text{○○○}}$  。

B. 在  $-\pi \leq x \leq 3\pi$  範圍，

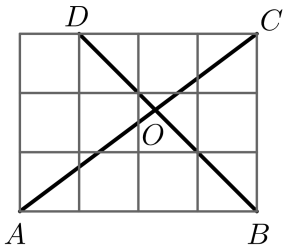
方程式  $\cos x = \frac{11}{15}$  所有解的和為  $\text{○}\pi$  。

C. 已知  $\frac{5}{2}\pi < \theta < 3\pi$  且  $5\cos^2\theta - 6\sin\theta + 3 = 0$ ,

則  $\cos\frac{\theta}{2} = \frac{\bigcirc\sqrt{\bigcirc}}{\bigcirc}$  。

D. 方程式  $5\pi\sin|x| + x = 0$  有      $\bigcirc\bigcirc$      個實數解。

E. 將十二個大小相同的正方形排成一個矩形，  
如圖所示，則  $\tan \angle AOB =$       $\frac{1}{2}$     。



F. 有一邊長為 3 的正六邊形木板  $A_0A_1A_2A_3A_4A_5$ 。初始時將此木板置於  $xy$  平面上，此時  $A_0(0,0)$ 、 $A_1(3,0)$ ；將此正六邊形木板沿  $x$  軸正向滾動（無滑動），過程中只觀察頂點  $A_0$  的軌跡。

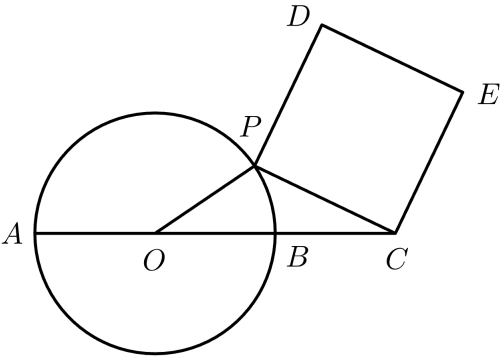
當  $A_3$  第一次落到  $x$  軸時， $A_0$  的軌跡長度  $s =$       $\pi(3 + \sqrt{3})$     。

G. 如圖，圓  $\Gamma$  以  $\overline{AB}$  為直徑、 $O$  為圓心。

點  $P$  在圓  $\Gamma$  的上半圓上，點  $C$  在直徑  $\overline{AB}$  的延長線上。

若  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{BC} = 2$ ，在線段  $\overline{CP}$  的外側作正方形  $CPDE$ ，

則四邊形  $OCDP$  的面積最大值為            $\bigcirc\bigcirc + \bigcirc\sqrt{\bigcirc}$           。



# 臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第 1 學期

## 高二數學科【數學 A】第一次段考答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 分數：\_\_\_\_\_

※請以黑色或藍色的原子筆作答於答案卷上，否則不計分。

### 壹. 單選題 (共 15 分)

說明：每題有五個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。

各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
|   |   |   |

### 貳. 多選題 (共 40 分)

說明：每題有五個選項，其中至少有一個是正確的選項。

各題之選項獨立判定，每個選項 2 分；所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
|   |   |   |   |

### 參. 填充題 (共 45 分)

說明：第 A 至 G 題，答案皆需化簡為最簡分數或最簡根式。

請將各題的答案完整謄寫至答案卷對應之作答欄內，未完全答對不給分。

| 題數 | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
|----|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 得分 | 0 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 40 | 45 |

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
|   |   |   |   |
| E | F | G |   |
|   |   |   |   |

# 臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第 1 學期

## 高二數學科【數學 A】第一次段考答案卷

### 壹. 單選題 (共 15 分)

說明：每題有五個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。

各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| D | E | B |

### 貳. 多選題 (共 40 分)

說明：每題有五個選項，其中至少有一個是正確的選項。

各題之選項獨立判定，每個選項 2 分；所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。

|      |    |     |      |
|------|----|-----|------|
| 1    | 2  | 3   | 4    |
| ACDE | CE | ACD | ACDE |

### 參. 填充題 (共 45 分)

說明：第 A 至 G 題，答案皆需化簡為最簡分數或最簡根式。

請將各題的答案完整謄寫至答案卷對應之作答欄內，未完全答對不給分。

|    |   |   |    |    |    |    |    |    |
|----|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 題數 | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 得分 | 0 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 40 | 45 |

|                    |                     |                       |    |
|--------------------|---------------------|-----------------------|----|
| A                  | B                   | C                     | D  |
| $\frac{-451}{901}$ | $4\pi$              | $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ | 10 |
| E                  | F                   | G                     |    |
| -7                 | $\pi(1 + \sqrt{3})$ | $10 + 4\sqrt{5}$      |    |