

桃園市武陵高中 114 上高一第一次期中考

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{6} \approx 2.45$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

一、單選題（占 8 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 4 分。

1. 聲音大小（單位為分貝）取決於聲波通過介質時，所產生的壓力變化（簡稱聲壓，單位為 N/m^2 ）。已知聲壓 x ($x > 0$) 與聲音大小 y 的關係式為 $y = 20 \times \log \frac{x}{2 \times 10^{-5}}$ ，若某工廠運作時測得的聲音為 80 分貝，則該工廠的聲壓為多少 N/m^2 ？

- (1) 0.2
- (2) 2
- (3) 20
- (4) 0.5
- (5) 5

2. 實驗室近期發現一種繁殖迅速的細菌，每天的數量都以 40% 的增加幅度成長、而且不會死亡。已知研究人員於 8 月 1 日放入 1000 隻的細菌到培養皿內培養，持續觀察細菌的數量直到 8 月 31 日 (30 日後)，設最後培養皿內的細菌總數量為 x 隻，請問 x 的範圍為何？

- (1) $10^4 < x < 10^5$
- (2) $10^5 < x < 10^6$
- (3) $10^6 < x < 10^7$
- (4) $10^7 < x < 10^8$
- (5) $10^8 < x < 10^9$

二、多選題（占 24 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

3. 試問下列關於實數的敘述那些是正確的？

(1) $\frac{377}{104}$ 不可以化成有限小數

(2) $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 0.\overline{6} + 0.\overline{4}$

(3) $\frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{5} > \frac{6\sqrt{3} + 5\sqrt{6}}{11}$

(4) 若 a, b 為正實數，且 $a + b$ 為有理數， $a - b$ 為無理數，則 $a^2 - b^2$ 必為無理數

(5) 若 a, b 為實數且滿足 $a < b$ ，則 $a < \frac{\sqrt{2}a + \sqrt{3}b}{\sqrt{6}} < b$

4. 試問下列敘述那些是正確的？

(1) $(2^{-3})^5 \times 3^5 \times (-8)^5 = 243$

(2) $10^{2\log \sqrt{3}} = 3^{2\log \sqrt{10}}$

(3) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{4}} < \frac{1}{16}$

(4) $10^{-5.53}$ 的近似值約為 0.0000003

(5) $0 < x < 1$ ，已知 $x + x^{-1} = 4$ ，則 $x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}} = 5\sqrt{2}$

5. 已知 $\log a = \sqrt{9 + 6\sqrt{2}}$ ，試問下列敘述那些是正確的？

(1) $\log a$ 的整數部分為 4

(2) $\log a$ 的小數部分為 0.182

(3) $\log(10a) = \sqrt{6} + \sqrt{3} + 1$

(4) $\log(a^2) = 9 + 6\sqrt{2}$

(5) a^2 的整數部分為 9 位數

三、填充題（占 54 分）

說明：第 6 題至第 14 題，每題 6 分。

6. 化簡根式 $\frac{(2-\sqrt{2})^3 + 2\sqrt{2}}{(3+\sqrt{3})^2(1-\sqrt{3})^2}$ 為最簡根式【 】。

7. $\left(\frac{1}{1600}\right)^{-0.25} \times (0.81)^{-0.25} \times \sqrt[5]{25\sqrt{5}} \times (81)^{\frac{1}{6}} \times (24)^{\frac{1}{3}} =$ 【 】。

8. 設 a 為有理數且 $a < 0$ ，若 $\frac{16a - \sqrt{3}}{9 + \sqrt{3}a^2}$ 也是有理數，則 $a =$ 【 】。

9. 為了準備本校 11 月 8 日的園遊會活動，某班自信推出一款黃金比例的特調飲料～梅子可樂，梅子可樂是由 pH 值為 2 的梅子汁和 pH 值為 3 的可樂以 2:7 的比例調製而成。請問此款梅子可樂的 pH 值為【 】。(答案請四捨五入到小數點後第二位)(pH 值 $= -\log [H^+]$ ，其中 $[H^+]$ 為氫離子的濃度(莫耳/升))

10. 設 x 為實數，若 $|x-1| + 2|x+2| + 3x = 6$ ，則 $x =$ 【 】。

11. 設 x 為實數，已知方程式 $6(4^x + 4^{-x}) - 23(2^x + 2^{-x}) + 32 = 0$ ，
試問 $2^x + 2^{-x} =$ 【 】。

12. a, b 為實數，已知不等式 $1 \leq |ax+6| \leq b$ 的解為 $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$ 或 $\frac{7}{3} \leq x \leq \frac{11}{3}$ ，
則 $a+b =$ 【 】。

13. 有兩個正實數 a, b ，已知 $a^3b^4 = 10^7$ 、 $a^2b = 10^2$ ，則 $\log(ab) =$ 【 】。

14. 解不等式 $|10-x| < |x+30| < 2|x-15|$ ：【 】。(以區間符號表示)

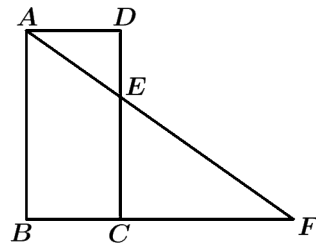
四、計算題 (占 14 分)

說明：第 15 題，每題 6 分；第 16 題，每題 8 分。

15. 請用反證法與乘法公式證明：

已知 a, b, c 為實數且 $a + b + c = 1$ 、 $a^2 + b^2 + c^2 > 1$ ，則 a, b, c 中至少有一個是負數

16. 給定一個長方形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 20$ 、 $\overline{BC} = 10$ ，在 $\overline{CD}$ 邊上取一點 E ，連接 A, E ，做直線 $\overleftrightarrow{AE}$ 交直線 $\overleftrightarrow{BC}$ 於 F 點 (如右圖所示)，會得到兩個三角形： $\triangle ADE$ 與 $\triangle FCE$ 。試求當 $\overline{DE} =$ 【 】時， $\triangle ADE$ 與 $\triangle FCE$ 面積總和會有最小值為何？



参考答案

1. 1

2. 4

3. 24

4. 2

5. 135

6. $\frac{5}{3} - \sqrt{2}$

7. $40\sqrt{5}$

8. $\frac{-3}{4}$

9. 2.52

10. $\frac{1}{4}$

11. $\frac{5}{2}$

12. 2

13. $\frac{9}{5}$

14. $(-10, 0)$ 或 $(60, \infty)$

15. 略

16. $10\sqrt{2}$; $200\sqrt{2} - 200$