

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度 第一學期 數學科高一期末考試題卷

命題範圍：多項式函數 滿分 100 分

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

1. 本試卷題型均可自行判斷使用計算器為計算工具，允許的計算器機型限定下列四款：

E-More FX-127 、 Fuhbao FX-180 、 Canon F-502G 、 Casio FX-82Solar(II)

2. 請於答案卡上劃記並書寫正確身分資料，若身分資料劃記錯誤致使機器無法判讀，統一扣該科總成績 5 分。

3. 請於試題卷正面寫上班級座號姓名。

一、單選題 (占 24 分，每題 6 分)

說明：第1題至第4題，將答案劃記在答案卡標示的列號(①-④)。每題有5個選項，只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得6分；答錯或未作答者，該題以零分計算。

1. $x^{115} + 115$ 除以 $2026x + 2026$ 的餘式為？

(1) 113 (2) 114 (3) 115 (4) 116 (5) 117。

2. 令 k 為實數，若二次不等式 $kx^2 - 12x + k + 5 > 0$ 無實數解，試求 k 的範圍為？

(1) $k > 4$ (2) $k \geq 4$ (3) $-9 \leq k \leq 4$ (4) $k \leq -9$ (5) $k < -9$ 。

3. 令 $f(x)$ 為多項式，已知 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心與 $y = 114(x - 2)^2 + 3$ 圖形的頂點相同，且 $y = f(x)$ 的

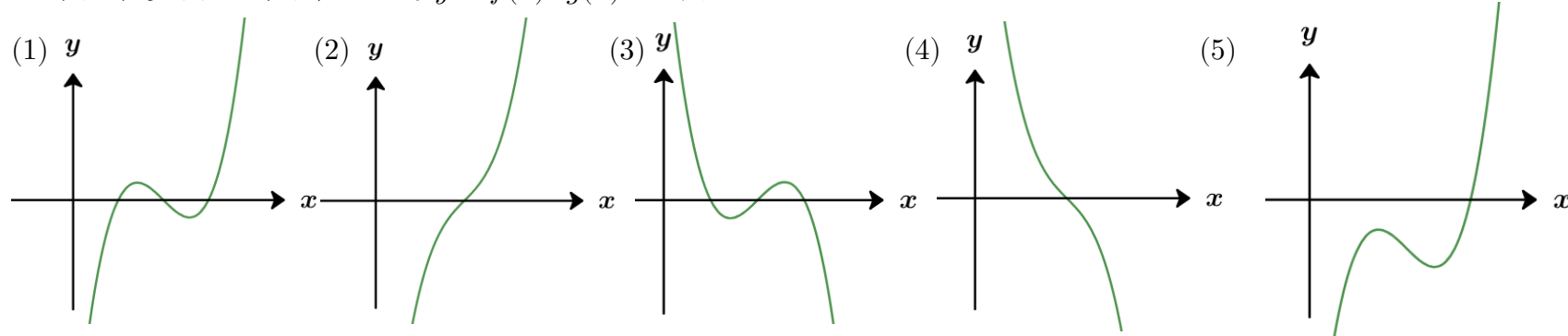
廣域特徵和 $y = x^3$ 的廣域特徵相同。若 $x - 1$ 是 $f(x)$ 的因式，試求 $f(5)$ 的值為？

(1) -36 (2) -6 (3) 0 (4) 6 (5) 36 。

4. 令 $f(x)$ 為一次多項式， $g(x)$ 為二次多項式，兩者滿足以下條件：

(a) $f(x) \geq 0$ 的解為 $x \leq 6$ (b) $g(x) > -3$ 的解為 $x \neq 6$

試問下列選項中，何者最可能是 $y = f(x) \cdot g(x)$ 的圖形？



二、多選題 (占 20 分，每題 10 分，每個選項 2 分)

說明：第5題至第6題，將答案劃記在答案卡標示的列號(⑤、⑥)。每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得2分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 令 $f(x) = x^5 - 10x^4 - 26x^3 + 25x^2 - 11x + 8$ ，試選出正確的選項。

(1) $f(x)$ 的各項係數和為 -13 (2) $f(12) = 32$ (3) $f(x)$ 除以 $2x - 24$ 的餘式為 40

(4) $f(x)$ 除以 $2x - 24$ 的商式的常數項 $= \frac{1}{2}$ (5) $f(x)$ 除以 $x(x-1)(x-12)$ 的餘式為 $2x^2 - 23x + 8$ 。

6. 令 $f(x)$ 為一多項式，滿足以下條件：

(a) $f(x)$ 除以 $x - 2$ 的商式為 $Q_1(x)$, 餘式為 5

(b) $Q_1(x)$ 除以 $x - 2$ 的商式為 $Q_2(x)$, 餘式為 4

(c) $Q_2(x)$ 除以 $x - 2$ 的商式為 1 , 餘式為 0

下列有關 $f(x)$ 的敘述，試選出正確的選項。

(1) $f(x)$ 的常數項為 5

(2) $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = x^3 + 4x$ 的圖形平移而得

(3) $f(x)$ 除以 $(x - 2)^2$ 的餘式為 $4x + 13$

(4) $f(x)$ 在 $x = 2$ 的一次近似為 $4x + 5$

(5) $f(1.99)$ 的近似值(四捨五入至小數點後第二位)約為 5.04 。

三、選填題 (占 36 分，每題 6 分)

說明：第 A 至 F 題，將答案劃記在答案卡標示的列號(⑦-⑳)。每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. $ax^3 + 3ax^2 + 4bx + 12$ 除以 $x^3 + 3x^2 + 1$ 的餘式為 $8x + 5$ ，求數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{7}}, \underline{\textcircled{8}})$ 。

B. 當 $-2 \leq x \leq 4$ 時， $f(x) = 2x^2 - 12x + a$ 有最大值 b 及最小值 -10 ，求數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{9}}, \underline{\textcircled{10}\textcircled{11}})$ 。

C. 設 $f(x) = (x-3)(x^2+x+3) + x$ ，令 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 $r(x)$ ，則 $Q(1) + r(1) = \underline{\textcircled{12}}$ 。

D. 滿足不等式 $(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 4x + 4)(7 - x^2)(7 + x^2) \geq 0$ 的整數共有 $\textcircled{13}$ 個。

E. 令 $f(x) = x^2 - 2cx + c^2 - 4$ ，其中 c 為整數。考慮坐標平面上兩點 $A(3,0), B(3,21)$ ，若 $y = f(x)$ 的圖形與線段 $\overline{AB}$ 有交點，則 c 的範圍為 $\textcircled{14} \textcircled{15} \leq c \leq \textcircled{16}$ 或 $\textcircled{17} \leq c \leq \textcircled{18}$ 。

F. 設 a, b 皆為正數，函數 $f(x) = -x^3 + 6ax^2 + 4x - b$ 的圖形中有兩處的一次近似皆為斜率為 4 的斜直線，且

其中一條直線方程式為 $y = 4x$ ，則 $\frac{b}{a^3}$ 之值為 $\textcircled{19} \textcircled{20}$ 。

四、題組題(占 20 分)

說明：本部分共有 1 個題組，配分與題型標於題末。第甲、乙、丙題，將答案分別劃記在答案卡標示的列號(㉑、㉒、㉓)。多選題至少有一個正確答案，所有選項均未作答者，該題以零分計算；單選題答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

第甲、乙、丙題為題組

小北透過繪圖軟體觀察函數圖形。右圖為 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形。透過繪圖軟體的功能可進行以下操作：

操作A：將數值 a 變大，此時 b, c 不變。

操作B：將數值 b 變大，此時 a, c 不變。

操作C：將數值 c 變大，此時 a, b 不變。

每一次操作時，數值只會變大不會變小；

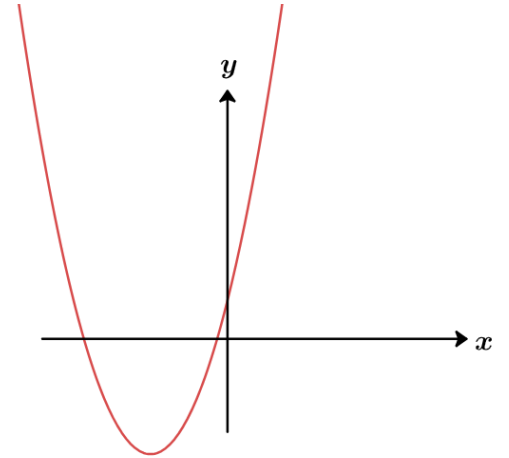
無論將數值變得多大，每進行一個操作稱為操作一次。

試回答下列問題：

甲.若此時 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸為 $x = -1$ ，試選出正確的選項。

(多選題，10 分，每個選項 2 分，將此題答案填入第㉑列)

(1) $a > 0$ (2) $b < 0$ (3) $c > 0$ (4) $b^2 - 4ac < 0$ (5) $b > a$ 。



以下乙、丙兩題為單選題，請由下列(1)到(8)選項中，選出正確或最適當的選項，填入第㉒列及第㉓列

(1)只進行操作A

(2)只進行操作B

(3)只進行操作C

(4)先進行操作A再進行操作B

(5)先進行操作A再進行操作C

(6)先進行操作B再進行操作C

(7)先進行操作A，然後進行操作B，再進行操作C

(8)不可能發生

乙.考慮操作次數最少的情況下，若操作後的不等式 $f(x) > 0$ 恆成立，則可能的操作為㉒。(單選題，5 分)

丙.考慮操作次數最少的情況下，若操作後的方程式 $f(x) = 0$ 的解為兩正實數解，則可能的操作為㉓。

(單選題，5 分)

～妳須劃記至第㉓列～

～試題到此結束～

台北市立第一女子高級中學 114 學年度第 1 學期

高一期末考數學試題 選擇（填）題答案

題號	答案	題號		答案	題號		答案
1	2	A	7	7	甲	21	135
2	4		8	2	乙	22	3
3	5	B	9	8	丙	23	8
4	3		10	4			
5	145		11	0			
6	2	C	12	9			
		D	13	7			
		E	14	—			
			15	2			
			16	1			
			17	5			
			18	8			
		F	19	3			
			20	2			