

一、多重選擇題：3 題，每題 10 分，共 30 分。

說明：所有選項均答對者，得 10 分；每答錯 1 個選項，扣 2 分；所有選項均未作答，以零分計算。

1. 坐標平面上，下列選項哪些正確？

(1) 恰存在一條直線通過相異二點。

(2) 恰存在一個圓通過相異三點。

(3) 若 $A(6,4)$ 、 $B(8,9)$ ，則 $\overrightarrow{AB}$ 的斜率 $m_{AB} = \frac{5}{2}$ 。

(4) 直線 $8x+9y=72$ 的斜率為 $\frac{8}{9}$ 。

(5) 直線 $6x+4y+8=0$ 的 y 截距為 2。

2. 坐標平面上，已知圓 $C: x^2 + y^2 - 16x - 18y + 120 = 0$ ，下列選項哪些正確？

(1) 圓 C 的圓心坐標為 $(8, 9)$ ，半徑為 5。

(2) 若點 $(a, 12)$ 在圓 C 上，則 $a = 12$ 。

(3) 過點 $A(3,4)$ 與圓 C 相切的直線有兩條。

(4) 圓 C 上的點與直線 $L: 3x + 4y = 5$ 的最近距離為 11。

(5) 過原點 $O(0,0)$ 作圓 C 的兩切線，若兩切點為 P 、 Q ，則切線段 $\overline{OP} = 2\sqrt{30}$ 。

3. 坐標平面上，關於 $\triangle ABC$ 的內心 I 、外心 O 、重心 G 、垂心 H ，下列選項哪些正確？

(1) 若內心 I 與外心 O 重合，則 $\triangle ABC$ 為正三角形。

(2) 若 $A(6,0)$ 、 $B(0,8)$ 、內心 $I(6,6)$ ，則可唯一決定 C 點坐標。

(3) 若 $A(6,0)$ 、 $B(0,8)$ 、外心 $O(7,7)$ ，則可唯一決定 C 點坐標。

(4) 若 $A(6,0)$ 、 $B(0,8)$ 、重心 $G(8,8)$ ，則可唯一決定 C 點坐標。

(5) 若 $A(6,0)$ 、 $B(0,8)$ 、垂心 $H(9,9)$ ，則可唯一決定 C 點坐標。

二、填充題：11 題，每題 5 分，共 55 分。

A. 若 $A(0,0)$ 、 $B(6,0)$ 、 $C(0,8)$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 ④。

B. $P(0,b)$ 為 y 軸上一點，其中 $b > 0$ 。令 L_1 、 L_2 為通過 P 點，斜率分別為 $-\frac{4}{3}$ 、 $-\frac{3}{2}$ 的直線。

若 L_1 、 L_2 分別與兩坐標軸圍成的兩個直角三角形的面積差為 6，則 b 值為 ⑤⑥。

C. 給定三點 $A(0,1)$ 、 $B(-6,0)$ 、 $C(4,0)$ 。

若直線 $y = mx$ 將 $\triangle ABC$ 分成面積相等的兩部分，則 m 值為 $\frac{\textcircled{7}\textcircled{8}}{\textcircled{9}}$ 。(化為最簡分數)

D. 過點 $P(8,9)$ 且與圓 $C: x^2 + y^2 - 8x - 3 = 0$ 相切的直線有兩條，

若此兩條切線分別與圓 C 交於 A 、 B 兩點，則 $\triangle ABP$ 的外心坐標為 $(\frac{\textcircled{10}}{11}, \frac{\textcircled{11}}{12})$ 。(化為最簡分數)

E. 若圓 $C: x^2 + y^2 + 6x + 4y - 37 = 0$ 有一弦之中點為 $(1,1)$ ，則此弦長度為 1314。

F. 兩點 $A(2,2)$ 、 $B(6,4)$ 及直線 $L: x + 2y = 15$ ，若 P 點在直線 L 上且 $\angle APB = 90^\circ$ ，則 P 點坐標為 (15,16)。

G. 在條件 $\begin{cases} 6 \leq x + y \leq 13 \\ -17 \leq 3x - 4y \leq 18 \end{cases}$ 的限制下，求 $x^2 + y^2$ 的最小值為 1718。

H. 設直線 L 非鉛直線，已知將 L 往右平移 5 個單位，再向下平移 2 個單位，得到直線 L' ，且兩直線 L 與 L' 的距離為 5，則直線 L 的斜率為 1920 2122。(化為最簡分數)

I. 函數 $f(x) = \sqrt{(x+4)^2 + \left(\frac{2}{3}x - 6\right)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + \left(\frac{2}{3}x - 7\right)^2}$ 的最小值為 2324。

J. 若 $A(0,0)$ ， $\overrightarrow{BC}: 3x + 4y = 56$ ，且 $\triangle ABC$ 內心 $I(4,6)$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 2526。

K. 設 k 為整數，且方程式 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$ 的圖形恆在直線 $11x - 8y + k = 0$ 的上方，則 k 的最大值為 272829。

三、題組：3 題，每題 5 分，共 15 分

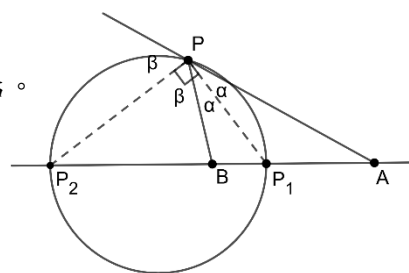
(1) 若 $\overrightarrow{PP_1}$ 為 $\angle APB$ 的內角平分線，則 $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{P_1A}}{\overline{P_1B}}$ 。若 $\overrightarrow{PP_2}$ 為 $\angle APB$ 的外角平分線，則 $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{P_2A}}{\overline{P_2B}}$ 。

(2) 直線上依序有 A 、 P_1 、 B 、 P_2 四點，若滿足 $\frac{\overline{P_1A}}{\overline{P_1B}} = \frac{\overline{P_2A}}{\overline{P_2B}} = k \neq 1$ ，

則稱 A 、 P_1 、 B 、 P_2 為調和點列。其中 P_1 稱為內分點， P_2 稱為外分點。

(3) 平面上，兩定點 A 與 B ，若動點 P 滿足 $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = k \neq 1$ ，

則 P 點的軌跡為圓，此圓稱阿波羅尼斯圓。



L. 若 A 、 P_1 、 B 、 P_2 為調和點列，且 $A(27,0)$ 、 $P_1(9,0)$ 、 $B(3,0)$ ，則 P_2 坐標為 (30,0)31。

M. 若 $A(18,0)$ 、 $B(a,b)$ ，動點 $P(x,y)$ 滿足 $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = 3$ ，且 P 點軌跡為圓 $C: x^2 + y^2 = 6^2$ ，則 $a+b = \underline{32}$ 。

N. 若 $A(18,0)$ 、 $D(10,15)$ ， P 點為圓 $C: x^2 + y^2 = 6^2$ 上動點，則 $\overline{PA} + 3\overline{PD}$ 的最小值為 3334。

試題結束

參考答案：

(1)(3)、(1)(3)(5)、(1)(2)(4)(5)、

5、12、 $\frac{-5}{6}$ 、 $\left(6, \frac{9}{2}\right)$ 、10、(5,5)、18、 $\frac{21}{20}$ 、13、84、-12、-9、2、51。