

新竹市新竹高中 113 上高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 83 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 滿足函數 $f(x) = -x^2(x+7)(x-5)(x^2-10)(x^2-x-1) \geq 0$ 的整數解有幾個？

- (1) 5 個
- (2) 6 個
- (3) 7 個
- (4) 8 個
- (5) 9 個

2. 若 $f(x) = (\sqrt{2} - \log 2)(x - 3)^3 + \left(\pi - \frac{10}{3}\right)(x - 3) + 7$ ，其中 π 為圓周率，則其圖形在標準直角坐標中會與下列哪個圖形相似？

(1)



(2)



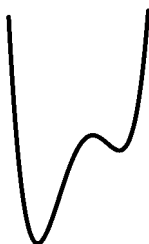
(3)



(4)



(5)



3. 設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 為 x 的多項式，已知 $\deg(g(x) - f(x)) = 3$ ，且 $\deg(f(x) \times g(x)) = 10$ ，則 $\deg f(x) \times \deg g(x) = ?$

- (1) 9
- (2) 16
- (3) 21
- (4) 24
- (5) 25

二、多選題（占 12 分）

說明：第 4 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

4. 已知三次實係數多項式 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x - 2 = a(x-h)^3 + b(x-h)^2 + c(x-h) + k$ ，其中 a 、 b 、 c 、 h 、 k 均為實數，試選出正確的選項。

- (1) 當 h 為某一實數時，會使得 $k = 0$
- (2) 當 h 為某一實數時，會使得 $b = c = 0$
- (3) 若 h 為任意實數時，則 a 值的可能情況會有兩種以上
- (4) 若 h 為任意實數時，則 $ac \geq 0$
- (5) 若 $b = 0$ ，則 $y = f(x)$ 之圖形的對稱中心為 (h, k)

5. 令 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + 11(x-1)(x-2) - 4(x-3) - 148$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) $f(x)$ 的常數項為 -148
- (2) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)$ 為 $f(x)$ 的因式
- (3) $f(x)$ 的偶次項係數和為 -115
- (4) $x-6$ 除 $f(x)$ 的餘式為 100
- (5) $f(x)$ 除以 $x^2 - 4x + 32$ 的餘式為 $3x - 73$

三、填充題（占 56 分）

說明：第 6 題至第 13 題，每題 7 分。

6. 設函數 $f(x) = \begin{cases} 5x-7 & , x < 3 \\ -\frac{x}{3}+9 & , x \geq 3 \end{cases}$ ，若 $0 \leq x \leq 9$ ， $f(x)$ 的最大值為 M ， $f(x)$ 的最小值為 m ，求數對 $(M, m) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

7. 令 $f(x) = x^2 + px + q$ ， p 和 q 皆為實數，若 $0 \leq f(x) \leq 4 - x$ 的解為 $1 \leq x \leq 2$ 或 $x = 4$ ，求數對 $(p, q) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

8. 已知二次實係數多項式 $f(x)$ 在 $x = 1$ 時，附近的圖形近似於 $y = 5x + 6$ ，且 $y = f(x)$ 過點 $(-2, 5)$ ，則 $y = f(x)$ 的頂點坐標為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

9. 實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的商式為 $x^{113} - x^5 + x^2 - 3$ ，餘式為 4，求 $f(x)$ 除以 $(x^2 - 1)$ 的餘式為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

10. 函數 $f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + |x-4|$ ，當 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 有最小值 β ，求數對 $(\alpha, \beta) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

11. 設兩個最高次方為三次以上的實係數多項式 $f(x)$ 和 $g(x)$ ，且滿足 $f(x)$ 除以 $(x^2 + x + 2)$ 的餘式為 $-3x + 7$ ， $g(x)$ 除以 $(x^2 + x + 2)$ 的餘式為 $x + 2$ ，求 $(x-2) \cdot f(x) \cdot g(x)$ 除以 $(x^2 + x + 2)$ 的餘式為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

12. 求 $f(x) = (x-2)^3 + 12(x+1)^2 - 5(x+4) + 11$ 的對稱中心為 $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

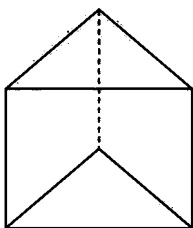
13. 設 $a, b \in \mathbb{R}$ ，若將二次函數 $y = 2x^2 + bx + a$ 的圖形，向右平移 a 單位，再向上平移 b 單位，其中 $a \cdot b > 0$ ，得到 $y = 2x^2$ ，求數對 $(a, b) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

第貳部分：混合題（占 17 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

小竹想製作一個底為正三角形的三角柱體，接著用布料將此三角柱體每一側面矩形均要包覆並在其上畫畫作為藝術品，其手上可作為三角柱體的邊結構的鐵絲總長有 150 公分，試問：



14. 令 x 代表底面正三角形的邊長，則 x 的範圍為下列何者？(單選題，7 分)

- (1) $(0, 25)$
- (2) $[0, 25]$
- (3) $(0, 50)$
- (4) $[0, 50]$
- (5) $(25, 50)$

15. 承 14 題，小竹 現手上的布料 816 平方公分，因此欲將三角柱體的側面矩形面積控制在 816 平方公分以下，則底面正三角形的邊長 x 的範圍為何？(非選擇題，5 分)

16 – 17 題組

已知四次多項式 $f(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx + 18$ 有一個二次因式為 $x^2 - 5x + 6$ ，試問：

16. 若 $f(x) = A(x+1)^4 + B(x+1)^3 + C(x+1)^2 + D(x+1) + E$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 為常數，求 (A, B, C, D, E) 。(非選擇題，5 分)

17. 計算 $f(-1.001)$ 的值(計算至小數點後第三位，小數點後第四位四捨五入至第三位)(非選擇題，4 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4

2. 2

3. 5

4. 15

5. 23

6. $(8, -7)$

7. $(-6, 8)$

8. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{19}{4}\right)$

9. $-2x + 6$

10. $\left(\frac{13}{6}, \frac{47}{12}\right)$

11. $8x - 48$

12. $(-2, -51)$

13. $\left(\frac{5}{2}, 10\right)$

第貳部分：混合題

14. 1

15. $0 < x \leq 8, 17 \leq x \leq 25$

16. $(1, -7, 14, -14, 24)$

17. 24.014