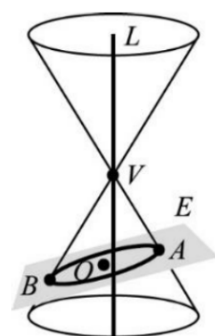


市立臺中一中 113 學年度第 2 學期 期末考 高二數學(B 組) 試題

一、單選題 (每題 6 分，共 42 分。)

- () 1. 若將手電筒的光線範圍視為一圓錐，牆為平面，則手電筒照到牆面時，牆上被照亮之區域邊界為圓錐曲線的一部份。
例如，當手電筒垂直牆面時，牆上被照亮區域邊界為圓。今將手電筒離牆面一小段距離，並從垂直牆面開始，逐漸傾斜直到手電筒與牆面平行時，牆上被照亮區域的邊界會依序出現那些圓錐曲線？請選出正確的順序。
- (1) 圓→橢圓→拋物線→雙曲線 (2) 圓→橢圓→雙曲線→拋物線 (3) 圓→拋物線→橢圓→雙曲線
(4) 圓→雙曲線→橢圓→拋物線 (4) 圓→雙曲線→拋物線→橢圓

- () 2. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出一橢圓(如右圖)，且橢圓上距離頂點 V 最近距離 $\overline{VA} = 4$ ，最遠距離 $\overline{VB} = 6$ ，橢圓中心為點 O ，橢圓長軸長 $\overline{AB} = 5$ 。若軸 L 與平面 E 交於點 C ，則 $\overline{OC}$ 的長度為何？ (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) 1



- () 3. 有一圓通過 $A(-1,1)$ ，且與圓 $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$ 有相同的圓心 (a,b) ，則下列敘述何者正確？
- (1) 圓心為 $(2,-1)$ (2) 半徑為 $\sqrt{5}$ (3) 圓方程式為 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$ (4) $a+b = -1$ (5) 圓面積為 5π

- () 4. 自 $P(9,4)$ 對圓 $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ 作切線，得切線段長為？
- (1) 75 (2) 10 (3) $5\sqrt{3}$ (4) 5 (5) $3\sqrt{5}$

- () 5. 在坐標平面上，將一光源置於點 $P(1,4)$ ，照向 x 軸上方的一圓 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ ，求 x 軸上的影子長為多少？
- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

- () 6. 若直線 $ax - by = 2$ 與圓 $C: x^2 + y^2 = 4$ 不相交，則點 $P(a,b)$ 的位置為何？
- (1) 在圓 C 內 (2) 在圓 C 外 (3) 在圓 C 上 (4) 以上都可能 (5) 條件不足，無法判斷

() 7. 設 k 為正整數，點 $P(-2,3)$ 在圓 $C: x^2 + y^2 + 2kx - 6y + 3k + 13 = 0$ 的外部，求符合條件的所有 k 值的總和為？

- (1) 14 (2) 15 (3) 16 (4) 17 (5) 18

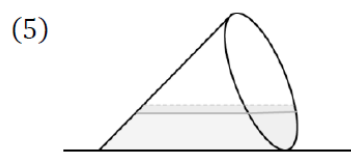
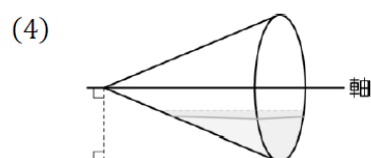
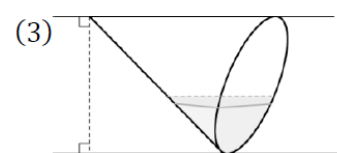
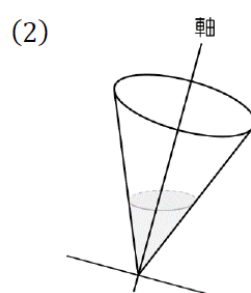
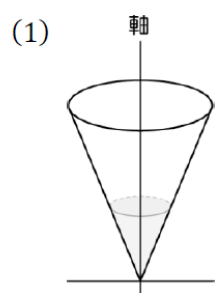
二、多選題 (每題 8 分，共 32 分。全對得 8 分、錯一個選項得 5 分、錯 2 個選項得 2 分、錯 3 個以上選項得 0 分。)

() 8. 將一直圓錐形狀的胡蘿蔔直立於砧板(即圓形底面貼在砧板)，再將菜刀垂直砧板切此胡蘿蔔。

試問截面邊界可能包含哪些形狀？

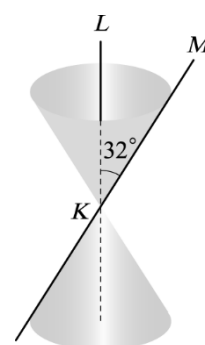
- (1)圓形 (2)等腰三角形 (3)拋物線的一部分 (4)橢圓的一部分 (5)雙曲線的一部分

() 9. 一密閉圓錐形容器內裝有少於一半的水，今將容器依不同角度放置於平面上，則水面與容器截痕的曲線中，下列哪些選項是拋物線？



() 10. 如右圖，直線 M 與直線 L 夾角 32° ，交於 K 點，將直線 M 繞直線 L 形成一個頂點在 K 的直圓錐面。若平面 E 不過 K 點，平面 E 與直線 L 的銳夾角為 x° 時，所截出的圖形為雙曲線，則 x 的值可能為何？

- (1) 12° (2) 22° (3) 32° (4) 42° (5) 52°

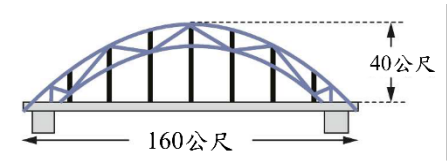


() 11. 下列關於方程式 $x^2 + y^2 + 2(m+1)x - 2my + 3m^2 - 7 = 0$ 的各項敘述，請選出正確的選項。

- (1) 若方程式圖形為一圓，則 $-2 < m < 4$ (2) 圓面積最大為 9π
 (3) $m=0$ 時，方程式的圖形是圓，圓心 $(-1,0)$ ，半徑 8 (4) $m=4$ 時，圖形為一個點，這個點是 $(-5,4)$
 (5) $m > 4$ 時，方程式畫不出圖形

三、填充題 (每題 8 分，共 32 分。)

A. 如右圖，已知某座橋上鋼拱的造型是拋物線，若橋長為 160 公尺，中央最高為 40 公尺，每側各有 7 根鋼柱支撐，則距離鋼拱中央 40 公尺處的鋼柱高度為 ⑫⑬ 公尺。



B. 已知直線 L 過 $P(1,3)$ ，也和圓 $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ 相切，且直線 L 與 x 軸、 y 軸圍成一個三角形，

求此三角形面積為 $\frac{⑭⑮}{⑯}$ 。

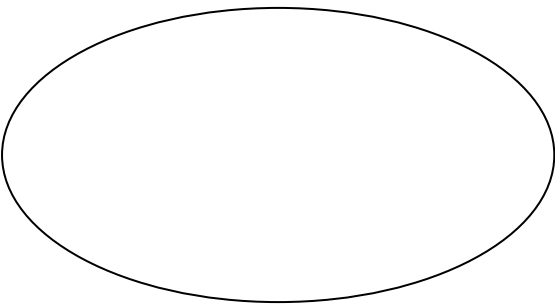
C. 設 P 為拋物線 $y = -x^2 - 5x - 4$ 上的任意一點，求 P 點到直線 $x + y - 2 = 0$ 的距離最小值為 $⑰\sqrt{⑱}$ 。

D. 行星繞太陽為橢圓軌道，太陽在其一焦點處。若行星距太陽的最近距離為 450 萬公里，最遠距離為 500 萬公里，則此橢圓的長軸長為 ⑲⑳㉑ 萬公里。

四、繪圖題(10 分，請在答案卷中作圖。)

請在下圖橢圓中，標示對稱中心 O 的位置。

(未清楚留下作圖痕跡，或未說明如何找出對稱中心 O 點，只有標示 O 點所在位置者，不給分。)



市立臺中一中 113 學年度第 2 學期 期末考 高二數學(B 組) 答案卷

班級：_____座號：_____姓名：_____得分：_____

一、單選題 (每題 6 分，共 42 分。)

1.		2.		3.		4.		5.		6.		7.	
----	--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

二、多選題 (每題 8 分，共 32 分。全對得 8 分、錯一個選項得 5 分、錯 2 個選項得 2 分、錯 3 個以上選項得 0 分。)

8.		9.		10.		11.	
----	--	----	--	-----	--	-----	--

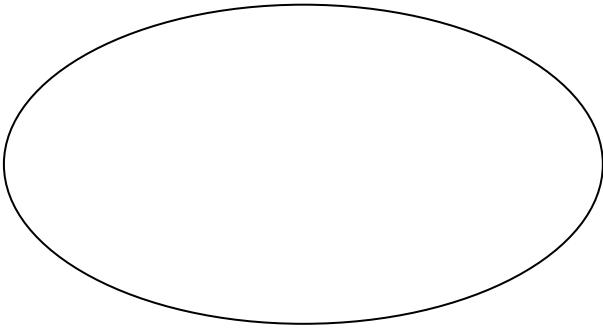
三、填充題 (每題 8 分，共 32 分。)

A.		B.		C.		D.	
----	--	----	--	----	--	----	--

四、繪圖題(10 分，請在答案卷中作圖。)

請在下圖橢圓中，標示對稱中心 O 的位置。

(未清楚留下作圖痕跡，或未說明如何找出對稱中心 O 點，只有標示 O 點所在位置者，不給分。)



市立臺中一中 113 學年度第 2 學期 期末考 高二數學(B 組) 參考答案

1. (1) 2. (3) 3. (4) 4. (3) 5. (2) 6. (1) 7. (5) 8. (2)(5) 9. (3)(5) 10. (1)(2) 11. (1)(2)(4)(5)

A. 30 B. $\frac{49}{4}$ C. $3\sqrt{2}$ D. 950

作圖題

