

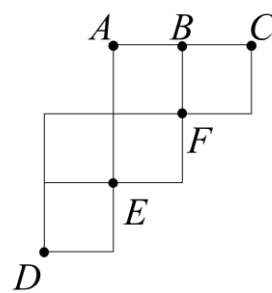
市立臺中一中 113 學年度第 2 學期 第一次期中考 高二數學 B 試題

範圍：空間概念、古典機率、條件機率與獨立事件

請將答案填寫至答案欄，計算題請務必留下計算過程。得分超過 100 分時，以 100 分計算。本測驗可使用計算機。

一、單一選擇題(每題 5 分，共 30 分。)

1. () 已知 $A(1,2,3)$ 、 $B(2,4,5)$ 、 $C(3,2,7)$ 為坐標空間中三點，試問 $\triangle ABC$ 是哪一種三角形？
(1) 銳角三角形 (2) 鈍角三角形 (3) 等腰直角三角形 (4) 非等腰的直角三角形 (5) 正三角形
2. () 設 A 點在第一卦限， A 點與 yz 平面、 y 軸、 z 軸的距離分別為 12、13、15，試求 A 點坐標為何？
(1) (12, 9, 5) (2) (15, 13, 12) (3) (12, 5, 9) (4) (12, 5, -9) (5) (9, 5, 12)
3. () 於空間中，下列敘述哪些正確？
(1) 相異三點恰可決定唯一的平面 (2) 設直線 L 在平面 E_1 上，若 L 垂直平面 E_2 ，則 $E_1 \perp E_2$
(3) 與一直線垂直的兩直線必平行 (4) 與一直線平行的兩平面必平行
(5) 若 L_1, L_2 互為歪斜線， L_1, L_3 也互為歪斜線，則 L_2, L_3 必是歪斜線
4. () 右圖是一個無蓋正立方體盒子的展開圖，將它組合成無蓋正立方體後，展開圖中的頂點 A, B, C, D, E, F 會依序變成盒子上的頂點 A', B', C', D', E', F' 。試問下列哪個選項錯誤？
(1) $\overline{A'B'} \perp \overline{A'E'}$ (2) 點 A', C', E', F' 可作為正四面體的四個頂點 (3) $\overline{A'D'}$ 和 $\overline{B'E'}$ 歪斜
(4) B', C', D' 三點決定的平面上沒有其他 A', E', F' 點 (5) $\overline{B'E'}$ 長度是 $\overline{A'B'}$ 長度的 $\sqrt{3}$ 倍



5. () 假設地球是球體，球面上穿過球心到地球另一端的相對點互稱為「對蹠點」。
若小諺目前位在北緯 25° 東經 120° ，他想搭乘飛機到其「對蹠點」位置(南緯 25° 西經 60°)，試比較下列三種飛行距離的大小。
 A ：沿著東經 120° 往南飛到赤道後，再沿著赤道往西飛到西經 60° 線，再往南飛到南緯 25° 。
 B ：沿著東經 120° 往南飛到南緯 25° ，再沿著南緯 25° 線往西飛到西經 60° 線。
 C ：沿著東經 120° 往南飛到南極，再沿著西經 60° 線往北飛到南緯 25° 。
(1) $A < B < C$ (2) $B < A < C$ (3) $B < C < A$ (4) $C < A < B$ (5) $C < B < A$

二、多重選擇題(每題 8 分，共 32 分。答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯 3 個以上選項不給分。)

6. () 設 x, y 為整數，而 x, y 為偶數之機率分別為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ ，則下列選項正確的有哪些？
(1) $x+y$ 為奇數之機率為 $\frac{1}{6}$ (2) $x+y$ 為奇數之機率為 $\frac{5}{6}$ (3) $x+y$ 為奇數之機率為 $\frac{1}{2}$
(4) xy 為奇數之機率為 $\frac{1}{6}$ (5) xy 為奇數之機率為 $\frac{5}{6}$

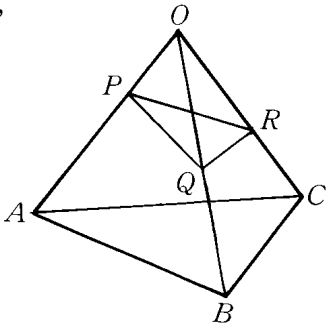
7. () 袋中有九個大小相同的球，編號為 $1, 2, 3, \dots, 9$ 。
 今自袋內任取一球， A 事件表示取到編號為 $1, 5, 9$ 的事件、 B 事件表示取到編號為 $2, 5, 8$ 的事件， C 事件表示取到編號為 $3, 5, 7$ 的事件，則下列敘述何者正確？
 (1) $P(A) = \frac{1}{3}$ (2) $P(A \cap C) = \frac{1}{9}$ (3) $P(B \cap C) = \frac{1}{9}$ (4) A, B 為獨立事件 (5) A, B, C 為獨立事件
8. () 設 A, B 為二事件，已知 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ ，則下列各選項中，哪些是正確的？
 (1) $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ (2) $P(A | B) = \frac{3}{4}$ (3) $P(B | A) = \frac{1}{4}$ (4) $P(B' | A') = \frac{5}{6}$ (5) $P(A' | B') = \frac{3}{8}$
9. () 以 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 作一數字可重複的四位數 n ，則下列敘述哪些是正確的？
 (1) n 為偶數之機率為 $\frac{1}{2}$ (2) n 為 4 的倍數之機率為 $\frac{2}{9}$ (3) n 為 8 的倍數之機率為 $\frac{23}{216}$
 (4) n 為 5 的倍數之機率為 $\frac{1}{5}$ (5) n 為 10 的倍數之機率為 $\frac{1}{6}$

三、填充題(每格 6 分，共 42 分。)

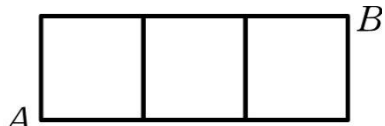
- A. A, B, C 為三獨立事件，已知 A 發生之機率為 $\frac{1}{2}$ ； A, B, C 三事件均發生之機率為 $\frac{1}{24}$ ，均不發生之機率為 $\frac{1}{4}$ ，
 則 A, B, C 恰有一事件發生之機率為_____。
- B. 四面體 $ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 2$ ， $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC} = 3$ 。令平面 ABC 與平面 DBC 所決定的二面角為 θ (銳角)，
 求 $\cos \theta =$ _____。
- C. 空間中， $\overline{AD}$ 垂直平面 BCD ， $\overline{AB}$ 垂直 $\overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{AC} = 5$ 。求四面體 $ABCD$ 體積為_____。

D. 設 $A(-1, 1, -2)$, $B(-2, -1, 3)$ 為空間中兩點，點 P 在 yz 平面上，試求滿足 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 最小之點 P 坐標 = _____。

E. 如右圖，三角錐 $O-ABC$ ，在 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ 上各取一點 P 、 Q 、 R ，使 $\overline{OP} : \overline{PA} = 1 : 2$ ， $\overline{OQ} : \overline{QB} = 2 : 3$ ， $\overline{OR} : \overline{RC} = 4 : 3$ ，則錐體 $O-ABC$ 與 $O-PQR$ 之體積比值為_____。



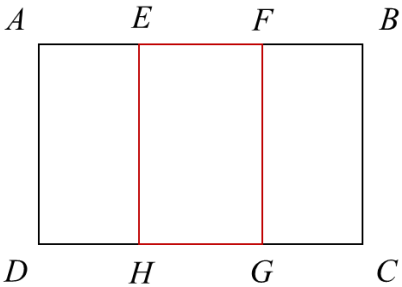
F. A, B 兩城市的道路圖如右圖，甲從 A 往 B 走，乙從 B 往 A 走，兩人以走捷徑的方式同時出發且速率相同，又走到分叉點時，選擇路徑的機會相等，則甲、乙二人在途中相遇的機率為_____。



四、計算題(12 分，請在答案卷上列出詳細計算過程，只有答案沒有過程不計分。)

有一個矩形 $ABCD$ ，其長邊 AB 與短邊 BC 的比例為黃金比例 ($\varphi \approx \frac{\sqrt{5}+1}{2}$)。在矩形內畫出一個與矩形 $ABCD$ 同中心的相似小矩形 $EFGH$ ，使小矩形的四個頂點分別大矩形的兩個長邊上，如右圖所示。

若 $\overline{BC}$ 長 12 cm，試求出小矩形 $EFGH$ 的面積準確到小數點後第二位。



市立臺中一中 113 學年度第 2 學期 第一次期中考 高二數學 B 答案卷

一、單一選擇題(每題 5 分，共 30 分。)

1.		2.		3.		4.		5.	
----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

二、多重選擇題(每題 8 分，共 32 分。答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，答錯 3 個以上選項不給分。)

6.		7.		8.		9.	
----	--	----	--	----	--	----	--

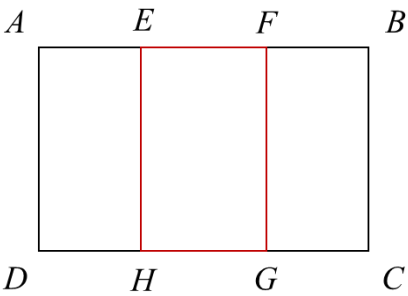
三、填充題(每格 6 分，共 42 分。)

A		B		C	
D		E		F	

四、計算題(12 分，需列出詳細計算過程，只有答案沒有過程不計分。)

有一個矩形 $ABCD$ ，其長邊 AB 與短邊 BC 的比例為黃金比例 ($\varphi \approx \frac{\sqrt{5}+1}{2}$)。
在矩形內畫出一個與矩形 $ABCD$ 同中心的相似小矩形 $EFGH$ ，使小矩形的四個頂點分別大矩形的兩個長邊上，如右圖所示。

若 $\overline{BC}$ 長 12 cm，試求出小矩形 $EFGH$ 的面積準確到小數點後第二位。



市立臺中一中 113 學年度第 2 學期 第一次期中考 高二數學 B 試題參考答案

1. (2) 2. (1) 3. (2) 4. (4) 5. (5) 6. (3)(4) 7. (1)(2)(3)(4) 8. (1)(2)(5) 9. (1)(2)(5)

A. $\frac{11}{24}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{12}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{2}$ D. $(0, 0, \frac{1}{2})$ E. $\frac{105}{8}$ F. $\frac{3}{8}$

計算 89.00

難題：

8-(3)

末三位為 024, 032, 040, 104, 112, 120, 144, 152, 200, 224, 232, 240, 304, 312, 320, 344, 352, 400, 424, 432, 440, 504, 512, 520, 544, 552 等 26 數

故機率為 $\frac{26}{216} = \frac{13}{108}$