

台北市中山女高 113 上高一期末考

第壹部分：選擇（填）題（占 92 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 試問坐標平面上共有幾條直線，會使得點 $O(0,0)$ 到直線的距離為 1，且點 $A(3,0)$ 到此直線的距離為 2？

- (1) 1 條
- (2) 2 條
- (3) 3 條
- (4) 4 條
- (5) 無窮多條

2. 已知圓方程式為 $(x-2)^2 + y^2 = 25$ ， $\overline{AB}$ 為圓上的一弦，且 $(1,-1)$ 為弦中點，則直線 AB 方程式為下列哪一個選項。

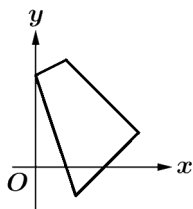
- (1) $x + y = 0$
- (2) $x + 2y = -1$
- (3) $2x + y = 1$
- (4) $x - y = 2$
- (5) $x - 2y = 3$

3. 直線 $x + y = 3$ 與圓 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 交於 A 、 B 兩點，則 $\overline{AB}$ 長度為下列哪一個選項。

- (1) 1
- (2) $\sqrt{2}$
- (3) 2
- (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (5) $\sqrt{3}$

4. 如圖所示之四邊形，其四邊的直線方程式各為 $x + y = 6$ 、 $x - y = 3$ 、 $3x + y = 4$ 、 $x - 2y = -8$ ，則四邊形區域可用下列哪一組不等式表示

- (1) $x + y \geq 6$ 、 $x - y \leq 3$ 、 $3x + y \geq 4$ 、 $x - 2y \geq -8$
- (2) $x + y \leq 6$ 、 $x - y \geq 3$ 、 $3x + y \geq 4$ 、 $x - 2y \geq -8$
- (3) $x + y \leq 6$ 、 $x - y \leq 3$ 、 $3x + y \leq 4$ 、 $x - 2y \geq -8$
- (4) $x + y \leq 6$ 、 $x - y \leq 3$ 、 $3x + y \geq 4$ 、 $x - 2y \leq -8$
- (5) $x + y \leq 6$ 、 $x - y \leq 3$ 、 $3x + y \geq 4$ 、 $x - 2y \geq -8$



二、多選題（占 24 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

5. 在坐標平面上，下列哪些選項中方程式的圖形表示為一圓？

- (1) $y = \sqrt{9 - x^2}$
- (2) $x = 1 + \sqrt{9 - y^2}$
- (3) $\sqrt{x^2 + y^2} = 2$
- (4) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 15 = 0$
- (5) $9x^2 + 9y^2 - 6x - 6y - 7 = 0$

6. 設 $\Gamma: x^2 + y^2 = 9$ 為坐標平面上的圓，選出正確的選項。

- (1) 直線 $L_1: 3x - 4y + 15 = 0$ 是圓 Γ 的一條切線
- (2) 圓 Γ 上的點與直線 $L_2: 3x - 4y + 10 = 0$ 的最遠距離等於 4
- (3) 圓 Γ 上恰有兩個點與直線 $L_2: 3x - 4y + 10 = 0$ 的距離等於 2
- (4) 圓 Γ 上恰有兩個點與直線 $L_3: 3x - 4y = 0$ 的距離等於 2
- (5) 圓 Γ 上恰有三個點與直線 $L_4: 3x - 4y - 5 = 0$ 的距離等於 2

7. 在坐標平面上，選出下列恰可以決定一圓的選項。

- (1) 過三點 $(1, -3)$ 、 $(2, 6)$ 、 $(4, 24)$
- (2) 以 $(1, 0)$ 與 $(3, 4)$ 為一直徑的兩端點
- (3) 過四點 $(1, 0)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(0, 1)$ 與 $(0, -1)$
- (4) 圓心為 $(-1, 2)$ ，且與 x 軸、 y 軸都相切
- (5) 與直線 $x + y - 1 = 0$ 、 x 軸、 y 軸都相切

8. 在坐標平面上，有關不等式的敘述，選出正確的選項。

- (1) 不等式 $ax - \sqrt{5}y + \sqrt{6} - 2c + 3 > 0$ 的圖形
必定在直線 $ax - \sqrt{5}y + \sqrt{6} - 2c + 3 = 0$ 的右半部
- (2) 不等式 $ax - \sqrt{5}y + \sqrt{6} - 2c + 3 > 0$ 的圖形
必定在直線 $ax - \sqrt{5}y + \sqrt{6} - 2c + 3 = 0$ 的下半部
- (3) 不等式 $-5x + by + \sqrt{6} - 2c + 3 > 0$ 的圖形
必定在直線 $-5x + by + \sqrt{6} - 2c + 3 = 0$ 的右半部
- (4) 不等式 $-5x + by + \sqrt{6} - 2c + 3 > 0$ 的圖形
必定在直線 $-5x + by + \sqrt{6} - 2c + 3 = 0$ 的左半部
- (5) 不等式 $-5x + by + \sqrt{6} - 2c + 3 > 0$ 的圖形
必定在直線 $-5x + by + \sqrt{6} - 2c + 3 = 0$ 的上半部

三、填充題（占 48 分）

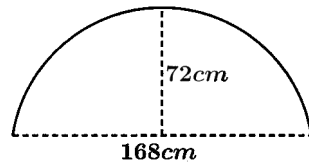
說明：第 9 題至第 16 題，每題 6 分。

- 9. 設通過點 $P(-3, 5)$ 且與圓 $x^2 + y^2 = 34$ 相切的直線方程式為 $ax + by + 34 = 0$ ，則 $b =$ 【 】。
- 10. 兩平行線 L_1 、 L_2 的 x 截距分別為 a 、 b 且 $|a - b| = 65$ ，又它們的 y 截距分別為 c 、 d 且 $|c - d| = 156$ 。則這兩平行線 L_1 、 L_2 之間的距離為【 】。
- 11. 坐標平面上的圓 $C : (x - 7)^2 + (y - 8)^2 = 9$ 上，有【 】個點與原點的距離正好是整數值。
- 12. 設 P 為 $x^2 + y^2 = 1$ 上任一點，令 $O(0, 0)$ 、 $Q(3, -2)$ ，則 $\triangle POQ$ 面積最大值為【 】。

13. 在坐標平面上 $A(7, 8)$ 有一光源，則光線照射圓 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 投影到 x 軸的影長為【 】。

14. 坐標平面上，有兩點 $A(4, -1)$ 與 $B(-2, 2)$ 。已知點 $C(x, y)$ 滿足聯立不等式 $x+2y \geq 2$ 、 $x-y \geq -4$ 以及 $3x+y \leq 23$ 。當 C 點坐標為 (a, b) 時， $\triangle ABC$ 有最大的面積，則 $|a-b|$ 的值為【 】。

15. 工匠在窗子外邊想做一個圓弧型的花台，此花台在窗口的中央往外伸出 72 公分，窗口的寬度是 168 公分。則此圓弧的圓半徑為【 】公分。



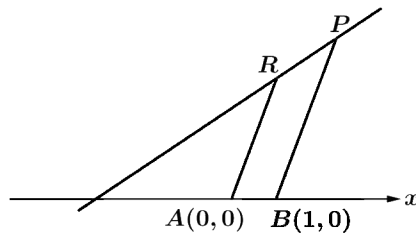
16. 一個三角形的兩邊分別在兩直線 $2x+y-1=0$ 、 $x-3y+10=0$ 上且第三邊之中點為 $(3, 2)$ ，則第三邊所在的直線方程式的斜率為【 】。

第貳部分：混合題（占 8 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17 — 19 題組

坐標平面上有一梯形，四個頂點分別為 $A(0, 0)$ ， $B(1, 0)$ ， P ， R ，其中過 P ， R 兩點的直線方程式為 $y = \frac{2}{3}x + 2$ 且與直線 AB 交於 Q 點。圖為示意圖。若 P 點的坐標為 $\left(a, \frac{2}{3}a + 2\right)$ ，其中實數 $a \geq 0$



17. 求出 Q 點的坐標【 】。（非選擇題，2 分）

18. 求出 $\triangle QAR$ 和 $\triangle QBP$ 的面積比【 】。（非選擇題，3 分）

19. 求梯形 $ABPR$ 的面積【 】。（非選擇題，3 分，以 a 表示）

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3

2. 1

3. 2

4. 5

5. 35

6. 135

7. 23

8. 4

9. -5

10. 60

11. 12

12. $\frac{\sqrt{13}}{2}$

13. $\frac{14}{3}$

14. 4

15. 85

16. $\frac{3}{2}$

第貳部分：混合題

17. $(-3, 0)$

18. 9 : 16

19. $\frac{7}{12}a + \frac{7}{4}$