

113 學年度第一學期第一次定期考高二數 B 試題

命題範圍：1-1 弧度量、1-2 週期性數學模型、2-1 指數函數及其圖形。

一、單選題（每題 5 分，共 10 分）

1. 考慮 $\sin 1, \sin 2, \sin 3, \sin 4, \sin 5, \sin 1^\circ, \sin 2^\circ, \sin 3^\circ, \sin 4^\circ, \sin 5^\circ$ 這 10 個數，試問有幾個數是正實數？

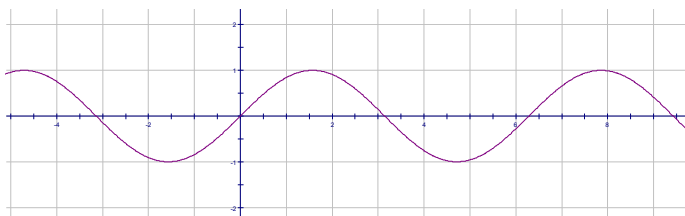
(1) 2 個 (2) 4 個 (3) 6 個 (4) 8 個 (5) 10 個

2. $a = \sin(\pi^2)$ ，試問下列哪一個選項是正確的？

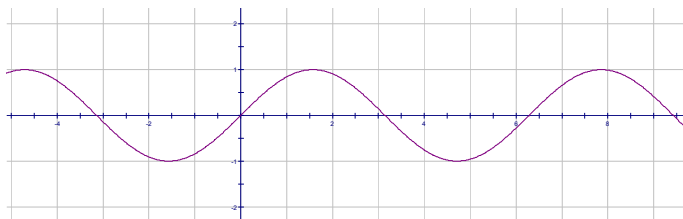
(1) $a = -1$ (2) $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{2} < a \leq 0$ (4) $0 < a \leq \frac{1}{2}$ (5) $\frac{1}{2} < a \leq 1$

二、作圖題（每題 5 分，共 10 分）

3. 利用 $y = \sin x$ 的圖形，畫出函數 $y = \sin x - 1$ 的圖形。



4. 利用 $y = \sin x$ 的圖形，畫出函數 $y = \sin 2x$ 的圖形。



三、填充題（每(小)題 4 分，共 44 分）

5. 將度度量換算為弧度量，或將弧度量換算為度度量，並將答案填入下方的表格中。【此題每格各 1 分】
6. 已知扇形半徑 20 公分，周長 50 公分，求扇形的：(1)圓心角，(2)面積。

度度量	120°	-300°	<u> (3) </u> °	<u> (4) </u> °
弧度量	<u> (1) </u> 徑	<u> (2) </u> 徑	$\frac{5}{4}\pi$ 徑	3 徑

7. 某學校舉辦抽獎活動，1000 名學生分別領到編號 0001 到 1000 的對獎聯。首先，抽出一個不大於 40 的正整數，然後將此數字逐次加上 40，但不可大於 1000，這些號碼都可以獲得獎品。試問：假設抽出的正整數是 23，則中獎號碼當中最大的是幾號？
8. 定義函數 $f(x) = 2 + 3\cos(4x + 5)$ ，其中 x 為實數，試求 $f(x)$ 的：
- (1)週期，(2)最大值，(3)最小值。

9. 試解下列方程式或不等式：(1) $4^{3x+5} = 8^{7x+9}$ ，(2) $9^x < \left(\frac{1}{3}\right)^{x+4}$ 。

10. 放射性物質的質量變為原本的一半所需的時間，稱為該放射物的半衰期。設某種放射性物質現在的質量為 100 公克且半衰期為 20 年，試求：(1) 60 年後的質量。(2)經過多少年以後，其質量會衰變到剩下 1.5625 公克？

四、計算題（每題 6 分，共 36 分）

11. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，已知 $\sin x \geq -\frac{1}{2}$ ，試求實數 x 的最大可能範圍。
12. 設 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$, $c = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{5}}$ ，試比較 a, b, c 的大小。

13. 考慮某天下午 1 點到下午 2 點之間，試問哪些時間點的時針和分針恰好會夾成直角？
14. 求方程式 $x - \frac{\pi}{2} = 6\cos x$ 的實根個數。
15. 設 a, b, c, d 皆為實數，已知 $f(x) = a\sin(bx + c) + d$ ，其中 $a > 0, b > 0, |c| \leq \pi$ ，而 $A(\frac{11}{24}\pi, 5), B(\frac{17}{24}\pi, -1)$ 是 $y = f(x)$ 函數圖形中同一週期內的最高點及最低點，試求 a, b, c, d 之值。
16. 設實數 x 滿足 $-2 \leq x \leq 1$ ，且函數 $f(x) = 2(4^x + 4^{-x}) - 3(2^x + 2^{-x}) + 5$ ，試求 $f(x)$ 的最大值及最小值。