

台北市中山女高 113 上高二期末考

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 有一質點從 A 點 $(-1, 3)$ 出發，沿著 $\vec{v} = (3, -4)$ 方向前進 3 單位長後到達 B 點，求 B 點坐標為何？

(1) $(3, -4)$

(2) $(2, -1)$

(3) $\left(\frac{9}{5}, -\frac{12}{5}\right)$

(4) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

(5) $\left(-\frac{14}{5}, \frac{27}{5}\right)$

2. 已知 $O(0, 0)$ ， $\vec{OA} = (2, 1)$ ， $\vec{OB} = (1, 2)$ ，若 P 點滿足 $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ ，且 $1 \leq x \leq 2$ ， $0 \leq y \leq 2$ ，其中 x, y 為實數。請判斷右圖中 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、 Q_4 、 Q_5 共有幾個點可能是 P 的位置。

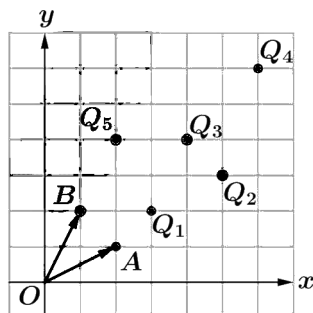
(1) 1 個

(2) 2 個

(3) 3 個

(4) 4 個

(5) 5 個



3. 已知 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 120° 且 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 6$ ，求 $-2\vec{b}$ 在 $3\vec{a}$ 上的正射影為何？

(1) $3\vec{a}$

(2) $\frac{3}{2}\vec{a}$

(3) $\vec{a}$

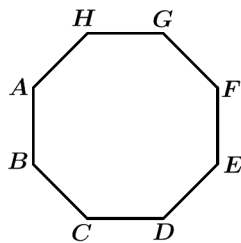
(4) $-\frac{3}{2}\vec{a}$

(5) $-3\vec{a}$

4. 如圖，正八邊形 $ABCDEFGH$ ，試問下列五組內積共有幾種不同的值？

(甲) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ (乙) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ (丙) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DE}$

(丁) $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{FH}$ (戊) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{FG}$



(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) 4

(5) 5

二、多選題（占 40 分）

說明：第 5 題至第 9 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

5. $A(a, 1)$ 、 $B(2, b)$ 、 $C(3, 4)$ 為坐標平面上三點， O 為原點，若向量 $\overrightarrow{OA}$ 與向量 $\overrightarrow{OB}$ 在向量 $\overrightarrow{OC}$ 上的正射影相同，試選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$

(2) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$

(3) $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{OB}$

(4) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OC}$

(5) $(3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}) \cdot (1, -1) = 7$

6. 設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 均為非零向量，試選出正確的選項。

(1) 若 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 平行

(2) 若 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 平行

(3) 若 $|\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ ，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 垂直

(4) 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 垂直

(5) 若 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，則 $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} - \vec{b}$ 垂直

7. 坐標平面上有三點 $A(-3, 2)$ 、 $B(1, -1)$ 、 $C(5, 1)$ ，試選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 35$

(2) 三角形 ABC 的面積為 20

(3) $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影為 $(28, -21)$

(4) 若 D 點在直線 BC 上但不在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 2$ ，

則 D 點坐標為 $\left(\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

(5) 設 t 為實數，滿足 $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AB} + (3-t)\overrightarrow{AC}$ ，其中 $-1 \leq t \leq 4$ 的所有 P 點所在的圖形的長度為 $10\sqrt{5}$

8. 在坐標平面上， O 為原點，令 $\overrightarrow{OA} = (x, y)$ 且 $|\overrightarrow{OA}| = 3$ ， $\overrightarrow{OB} = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ ，試選出正確的選項。

(1) $x^2 + y^2 = 9$

(2) 若 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 平行，則 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 4$

(3) 若 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 垂直，則 $3x = 4y$

(4) 若 $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OB} < 0$ ，則 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 的夾角大於 90° 度

(5) 三角形 OAB 面積的最大值為 3

9. 已知坐標平面上 $\vec{a} = (k-1, 2)$ ， $\vec{b} = (1, k-2)$ ，試選出正確的選項。

(1) 若 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 平行，則 $k = 3$

(2) 若 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 垂直，則 $k = \frac{5}{3}$

(3) 當 $k = 4$ 時，二元一次方程組 $\begin{cases} (k-1)x + 2y = 3 \\ x + (k-2)y = 1 \end{cases}$ 恰有一組解

(4) 當 $k = 0$ 時，對向量 $\vec{c} = (3, -6)$ ，無法找到實數 x 、 y ，使得 $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{c}$

(5) 若二元一次方程組 $\begin{cases} (k-1)x + 2y = 3 \\ x + (k-2)y = 3 \end{cases}$ 無解，則 $k = 0$

三、填充題（占 40 分）

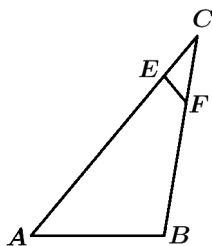
說明：第 10 題至第 17 題，每題 5 分。

10. 已知坐標平面上四點 $A(-2, 2)$ 、 $B(1, 3)$ 、 $C(3, -5)$ 、 D ，

若 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$ ，求 D 點坐標為【 】。

11. 如圖，三角形 ABC 中， $\overline{AE} = 4\overline{EC}$ ， $\overline{BF} = \frac{2}{3}\overline{BC}$ ，若 $\overrightarrow{FE} = r\overrightarrow{BA} + s\overrightarrow{BC}$ ，

則 $r + s$ 之值為【 】。



12. 已知 $A(-5, 8)$ 、 $B(10, 3)$ 、 $C(1, 1)$ 為坐標平面上三點。若有第四點和此三點形成一菱形，則第四點的坐標為【 】。

13. 設 x 、 y 為實數，已知 x 、 y 滿足 $16x^2 + 5y^2 = 1$ ，若當 $(x, y) = (a, b)$ ， $8x + 5y$ 有最大值 c ，求 $a + b + c$ 之值為【 】。

14. 已知直線 L_1 平行 $\vec{v} = (3, 4)$ ，直線 L_2 的方程式為 $2x + y - 3 = 0$ ，設直線 L_1 與直線 L_2 的夾角為 θ ，求 $\cos \theta$ 之值為【 】。

15. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，且 D 在 $\overline{BC}$ 上滿足 $\triangle ABD$ 面積 $= \frac{2}{3}\triangle ACD$ 面積，求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 之值為【 】。

16. 設 $\vec{a} = (-3, 4)$ ， $\vec{b} = (4, 0)$ ， $\vec{c} = (x, y)$ ，若 $\vec{c}$ 與 $\vec{a}$ 所夾的銳角等於 $\vec{c}$ 與 $\vec{b}$ 所夾的銳角，且 $\vec{c}$ 與 $\vec{a}$ 所張成的平行四邊形的面積為 10，求數對 $(x, y) =$ 【 】。

17. 設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 都是平面上非零向量，設 $2\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} + \vec{b}$ 所張成的平行四邊形面積為 10，則 $3\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 所張成的三角形面積為【 】。

参考答案

1. 4 2. 3

3. 1

4. 4

5. 245

6. 245

7. 15

8. 134

9. 23

10. $(-2, 28)$

11. $\frac{1}{3}$

12. $(4, 10)$

13. $\frac{7}{2}$

14. $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$

15. 19

16. $(1, 2)$ 、 $(-1, -2)$ 、 $(4, -2)$ 、 $(-4, 2)$

17. 35