

台中市台中女中 113 上高一第一次期中考

一、多選題（占 40 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 已知 $a = 6$ 、 $b = 6.\bar{6}$ 、 $c = 2\sqrt{10}$ 和 d ，且 d 為非零的有理數，將這四個數標註在數線上，即 $A(a)$ ， $B(b)$ ， $C(c)$ 和 $D(d)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $abcd$ 必為一個無理數
- (2) c^{bd} 可能為一個無理數
- (3) 點 D 有可能與點 C 的距離等於 $2\sqrt{10} + 6$
- (4) 點 A 和點 B 的中點位在點 C 的左邊
- (5) 數線上和點 C 距離小於 8 的所有點中，正整數 13 個，負整數有 1 個

2. 設 x 、 y 皆為實數，且滿足 $|x - 2| \leq 3$ 且 $|y + 7| \leq 4$ ，下列敘述哪些是正確的？

- (1) $2 \leq x - y \leq 16$
- (2) $-15 \leq xy \leq 11$
- (3) $-\frac{5}{3} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{1}{11}$
- (4) $-275 \leq x^2y \leq 0$
- (5) $-47 \leq xy + 2x - 3y + 1 \leq 55$

3. 已知 a 為實數， $2^a + 2^{-a} = 7$ ，則下列哪些選項恆正確？

- (1) $a > 1$
- (2) $4^a + 4^{-a} = 47$
- (3) $8^a + 8^{-a} = 322$
- (4) $(\sqrt{2})^a + (\sqrt{2})^{-a} = 3$
- (5) $2^a - 2^{-a} = 3\sqrt{5}$

4. 已知 a 、 b 為非零的實數，下列哪些敘述恆正確？

(1) 若 a 、 b 為相異有理數，則 $\frac{\sqrt{2a+b}}{\sqrt{2}+1}$ 必為無理數

(2) 若 a 、 b 為相異實數，則 $a^2 + b^2 > 2|ab|$

(3) 若 a 為無理數且 $a+b$ 、 $a \times b$ 均為無理數，則 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 必為無理數

(4) 若 a 為無理數且 $a+b$ 、 $a \times b$ 均為有理數，則 $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b}$ 必為有理數

(5) $2^{0.45} + 2^{0.55} > 2\sqrt{2}$

5. 下列敘述哪些是正確的？

(1) 將 $\frac{1131014}{625} + \frac{2}{7}$ 化為小數後，小數點後第 2024 位數字為 2

(2) $2.024 - \frac{2004}{9900}$

(3) $3\frac{1}{3} > 2\frac{1}{2} > \pi^{\frac{1}{\pi}}$

(4) 98.100 的有效位數是 3

(5) 3^{113} 是 54 位數

二、填充題（占 50 分）

說明：第 6 題至第 15 題，每題 5 分。

6. 化簡 $\left(\frac{3}{2}\right)^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{2}} \times (0.25)^{-2.5}$ 的值【 】。

7. 若 $29^x = 125$ ， $725^y = 625$ ，求 $\frac{3}{x} - \frac{4}{y}$ 之值 =【 】。

8. 設 a 、 b 為有理數，若 $a\sqrt{9+4\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+b\sqrt{12-6\sqrt{3}}=\sqrt{19+8\sqrt{3}}$ ，則數對 $(a,b)=$ 【 】。
9. 已知實數 $a < b$ ， $A(a)$ 表示實數在數線上對應的點為 A ，以此標出 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C\left(\frac{8a+3b}{11}\right)$ 、 $D\left(\frac{3a+4b}{7}\right)$ 、 $E\left(\frac{8b-3a}{5}\right)$ 。試問這五個點在數線上由左而右排列順序為【 】。
10. 已知 a 、 b 為正實數，且 $2a+b=16$ ，求 $(a+1)(b+2)$ 的最大值為【 】。
11. 已知 $9^a=2+\sqrt{3}$ ，則 $\frac{27^a+27^{-a}}{3^a-3^{-a}}$ 之值為【 】。
12. 設 a 、 b 為實數，已知不等式 $|ax+5|\geq b$ 的解為 $x\geq\frac{13}{3}$ 或 $x\leq-1$ ，則數對 $(a,b)=$ 【 】。
13. 設 x 、 y 為實數，且 $4^x=27$ ， $3^y=64$ ，則 xy 的值=【 】。
14. 已知 $t=\log 6$ ，則 100^t+10^{-t} 的值=【 】。
15. 藥物在人體內，經過正常的代謝程序，最終都會排出體外，只是時間長短，一個比較客觀的判讀方法，是依照每個藥物的「半衰期」來預測。「半衰期」指的是藥物在體內吸收之後，分布到血液中，達到最高血中濃度，經代謝排除之後，血中濃度下降到原本一半所需的時間。以常見的止痛藥普拿疼為例，其有效主成分是 *Acetaminophen*（乙醯胺基酚）。「乙醯胺基酚」最早於 1877 年發現，為世界衛生組織基本藥物標準清單之中，為基礎公衛體系必備退燒、止痛藥物之一。已知「乙醯胺基酚」以一般健康成年人來說，其「半衰期」為 2.5 小時，也就是說服用普拿疼，經人體吸收之後，只需要 2.5 小時，其血中濃度就會從最高值，下降到原本的一半左右，一般健康成年人服用「乙醯胺基酚」在體內吸收之後，經過 2 個小時後殘留於體內的濃度，是服用 7 個小時後殘留體內濃度的【 】倍。

三、計算題（占 10 分）

說明：第 16 題，每題 10 分。

16. 解不等式 $|x + 2| - |x - 1| < x + 1$

參考答案

1. 123 2. 14 3. 234 4. 145 5. 35

6. 48

7. -2

8. (1, 1)

9. $ACDBE$

10. 50

11. $3\sqrt{3}$

12. $(-3, 8)$

13. 9

14. $\frac{217}{6}$

15. 4

16. $-4 < x < 0, x > 2$