

113 學年度第一學期第三次定期考高二數 A 試題

命題範圍：平面向量

一、是非題(每題 4 分，共 40 分)

1. 設 $\vec{a}$ 在 $\vec{c}$ 上的正射影為 $\vec{d}$ ，而 $\vec{b}$ 在 $\vec{c}$ 上的正射影為 $\vec{e}$ ，若 $\vec{d} = \vec{e}$ ，則

$$\vec{a} = \vec{b}。$$

2. 若 $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{v} \cdot \vec{w}$ ，則 $\vec{u} = \vec{v}$ 。

$$3. |\vec{a}| - |\vec{b}| \leq |\vec{a} - \vec{b}|$$

4. 已知 x, y 的二元一次聯立方程組 $\begin{cases} ax + by + e = 0 \\ cx + dy + f = 0 \end{cases}$ 中， $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ，

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}, \Delta_y = \begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}, \text{若 } \Delta \neq 0, \text{則 } x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}。$$

5. 已知 a, b, c, d 為非零實數， $\vec{u} = (a, b)$ 、 $\vec{v} = (c, d)$ ，

$$\text{若 } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0, \text{則 } \vec{u} \text{ 平行 } \vec{v}。$$

6. 若兩不平行的非零向量 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 滿足 $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{0}$ ，則 $x = y = 0$ 。

7. 若平面上相異四點 P, A, B, C 滿足 $3\vec{PA} = 5\vec{PB} - 2\vec{PC}$ ，則 A, B, C 三點共線。

$$8. |\vec{a} + \vec{b}| \times |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$$

$$9. \begin{vmatrix} ra & rb \\ rc & rd \end{vmatrix} = r \cdot \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

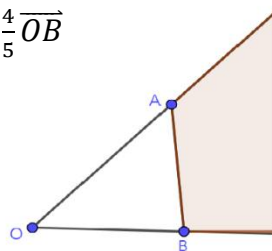
10. 若 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2)$ ， $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 θ ，滿足 $0 < \theta < 45^\circ$ ，

$$\text{則 } \left| \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right| < |\vec{a} \cdot \vec{b}|。$$

二、單選題(每題 4 分，共 20 分)

11. 不共線三點 O 、 A 、 B 滿足 $|\overrightarrow{OA}| = 2|\overrightarrow{OB}|$ ，則下列哪一個向量平分 $\angle AOB$ ？
 (1) $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ (2) $2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$ (3) $2\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}$ (4) $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$
12. 如圖，射線 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 交於點 O ，則下列選項哪個向量的終點最有可能會落在鋪色區域？

- (1) $\frac{3}{5}\overrightarrow{OA} - \frac{4}{5}\overrightarrow{OB}$ (2) $\frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OB}$ (3) $\frac{-3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OB}$
 (4) $\frac{-3}{5}\overrightarrow{OA} - \frac{4}{5}\overrightarrow{OB}$



13. 由兩向量 $\vec{a} = (-1, 2)$ 與 $\vec{b} = (k - 2, -2)$ 所張的三角形面積為 6，則正數 k 之值為 (1) 9 (2) 8 (3) 7 (4) 6。
14. 坐標平面上，一質點由點 $(-3, -2)$ 出發，沿著向量 $(a, 1)$ 的方向移動 5 單位長之後剛好抵達 x 軸，其中 a 為正實數。試問 a 值等於下列哪一個選項？ (1) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ (2) 2 (3) $\sqrt{5}$ (4) $\frac{\sqrt{21}}{2}$
15. 若向量 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 滿足 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，且 $\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = 3$ ，則

$|2\vec{a} + \vec{b}|$ 之值為

- (1) 64 (2) 8 (3) $2\sqrt{13}$ (4) $\sqrt{22}$ 。

三、選填題(每題 4 分，共 40 分)

A. 若 P 為 $\triangle ABC$ 所在平面上一點，且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ ，則

$$\frac{\triangle ABP \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \frac{\textcircled{16}}{\textcircled{17}} \text{。 (答案需化成最簡分數)}$$

B. 正五邊形 $ABCDE$ 內接於圓心為 $P(1,1)$ 的單位圓上， O 為坐標平面的原點，則 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE}| = \underline{\textcircled{18}\sqrt{\textcircled{19}}}$ 。

C. $\triangle ABC$ 中，點 M 在線段 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AM}:\overline{MC} = 2:1$ ，點 N 在線段 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AN}:\overline{NB} = 1:1$ 。 $\overline{BM}$ 與 $\overline{CN}$ 的交點為 P ，

若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則實數對 $(x, y) = (\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}, \frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}})$ 。(答案需化成最簡分數)

D. $\triangle ABC$ 中，點 D 在線段 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{BD}:\overline{DC} = 1:1$ ，點 E 在線段 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{CE}:\overline{EA} = 1:1$ 。點 F 在線段 $\overline{AB}$ 上，點 G 為 $\triangle DEF$ 的重心，若

$\overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ，則 $\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = \frac{\textcircled{24}}{\textcircled{25}}$ 。(答案需化成最簡分數)

E. 坐標平面上正六邊形 $ABCDEF$ ，其中 $A(0,0)$ 、 $B(2,0)$ ，點 E 在 y 軸的正向上，則 $\overrightarrow{EC}$ 的坐標表示為 $(\textcircled{26}, -\sqrt{\textcircled{27}})$ 。

F. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ， K 為 $\triangle ABC$ 的外心，若

$\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則實數對 $(x, y) = (\frac{\textcircled{28}}{\textcircled{29}}, \frac{\textcircled{30}}{\textcircled{31}})$ 。(答案需化成最簡分數)

G. 向量 $\overrightarrow{u}$ 平行向量 $(1,3)$ ，若 $\overrightarrow{u}$ 在向量 $(1,1)$ 上的正射影為向量 $(4,4)$ ，則 $\overrightarrow{u}$ 的坐標表示為 $(\textcircled{32}, \textcircled{33})$ 。

H. 若 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，則 $\frac{4}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta}$ 的最小值為 $\underline{\textcircled{34}}$ 。

I. 若平面上相異四點 P 、 A 、 B 、 C 滿足 $2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} = 4\overrightarrow{PC}$ ，直線 $\overrightarrow{PC}$ 與直線 $\overrightarrow{AB}$ 相交於 D ，則 $\frac{\triangle ADP \text{面積}}{\triangle DBC \text{面積}} = \underline{\textcircled{35}}$ 。(答案需化成最簡分數)

J. 已知 x, y 的二元一次聯立方程組 $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ 恰有一組解 $x = 1$ 、 $y =$

2 ，則 x, y 的二元一次聯立方程組 $\begin{cases} 2bx - ay = 3e \\ 2dx - cy = 3f \end{cases}$ 的解為 $x = \underline{\textcircled{36}}$ 、

$y = \underline{\textcircled{37}\textcircled{38}}$ 。