

市立臺中一中 113 學年度第二學期第二次期中考 高二數學 A 試題

二年_____班_____號 姓名：_____

※未正確畫記班級、姓名、座號扣 10 分

科目代碼：03

一、多選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，所有選項均答對者，得 7 分；答錯 1 個選項者，得 4 分；答錯 2 個選項者，得 1 分，答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 已知 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 2, 1)$ ，平面 $x - 2y + 2z = k$ ；若 A, B 位於平面的同側且 A 與平面的距離大於 B 與平面的距離，則 k 可為 (1) -2 (2) 0 (3) 2 (4) 4 (5) 6

2. 一袋中有 5 個紅球，6 個黑球與 4 個白球，某人從袋中每次取一球，取後不放回，連續取 3 次。試選出正確的選項。
 - (1) 取到 3 個白球的機率為 $\frac{4}{455}$
 - (2) 依序取到紅球、紅球、黑球的機率為 $\frac{4}{91}$
 - (3) 取到 2 個紅球 1 個黑球的機率為 $\frac{4}{91}$
 - (4) 第一次取到黑球的機率為 $\frac{2}{5}$
 - (5) 第三次取到白球的機率為 $\frac{4}{15}$

3. 若兩直線 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{4}$ 及 $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2}$ 在平面 E 上的投影為一直線，則此平面可能為下列哪些選項？
 - (1) $2x + 3y + 4z = 7$
 - (2) $2x - 8y + 5z = -1$
 - (3) $x + 4y + 6z = -9$
 - (4) $3x + 2y + z = 13$
 - (5) $5y + 8z = 2025$

4. 某電信公司傳輸信號 0 及 1，信號的傳輸相互獨立，發送 0 時，收到 1 的機率為 α ，收到 0 的機率為 $1-\alpha$ 。發送 1 時，收到 0 的機率為 β ，收到 1 的機率為 $1-\beta$ 。考慮兩種傳輸方式：

(a) 單次傳輸：每個信號只發送 1 次

(b) 三次傳輸：每個信號重複發送 3 次。

收到的信號需要譯碼，譯碼規則如下：若單次傳輸時，收到的信號即為譯碼。若三次傳輸，收到的信號中出現次數多的即為譯碼。例如：採用三次傳輸方式，發送信號 1，若依次收到 1,0,1，則譯碼為 1。試選出正確的選項。

(1) 採用單次傳輸方式，發送信號 0,1,1，收到 0,1,1 的機率為 $\alpha\beta^2$

(2) 採用三次傳輸方式，發送信號 1，收到 0,1,1 的機率為 $\beta(1-\beta)^2$

(3) 採用三次傳輸方式，發送信號 0，則譯碼為 1 的機率為 $\alpha^3 + \alpha^2(1-\alpha)$

(4) 採用三次傳輸方式，發送信號 1，在譯碼為 0 的條件下，收到信號為 0,0,1 的機率為 $\frac{1-\beta}{3-2\beta}$

(5) 當 $0 < \alpha < 0.5$ 時，若發送信號 0，三次傳輸方式收到譯碼 1 的機率小於單次傳輸方式收到譯碼 1 的機率。

5. 摸彩箱中有編號 1 到 100 共 100 顆球，裡面的球皆已被染成紅色、黃色或藍色(三種顏色的球都至少一個，每顆球恰一種顏色)。今從摸彩箱抽出 1 顆球， A 事件為抽到編號 1 到 25 的事件， B 事件為抽到編號被 3 整除的事件， C 事件為抽到紅球的事件， D 事件為抽到黃球的事件， E 事件為抽到藍球的事件。

(1) 事件 A 與事件 B 互相獨立

(2) 若事件 A 和事件 C 互相獨立，則 $P(C \cap A) : P(C \cap A') = 1:3$

(3) 事件 C 不可能和事件 B 互相獨立

(4) 「事件 A 與事件 C 獨立」、「事件 A 與事件 D 獨立」、「事件 A 與事件 E 獨立」可能同時成立

(5) 若「事件 A 與事件 C 獨立」且「事件 A 與事件 D 獨立」，則「事件 A 與事件 E 獨立」

二、 選填題 (占 65 分)

說明：1. A 至 K 題，請依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。若答案為分數，請化為最簡分數或最簡根式。
2. A 到 G 每格完全答對給 7 分，H 到 K 每格完全答對給 4 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設 A 、 B 是樣本空間 S 中的兩事件， $P(A) = \frac{2}{5}$ ， $P(B) = \frac{4}{5}$ ，若 $P(A|B)$ 的最大值為 M ，

最小值為 m ，則數對 $(M, m) = \left(\frac{\bigcirc 6}{\bigcirc 7}, \frac{\bigcirc 8}{\bigcirc 9} \right)$ 。

B. 設 $A(3,2,1)$ ， $B(-1,2,5)$ ，若點 Q 位於直線 $L: \begin{cases} x-y+z=2 \\ x-3y-z=4 \end{cases}$ 上且點 Q 到 A ， B 兩點等距離，試求 Q 點坐標為 (10 11, 12 13, 14)。

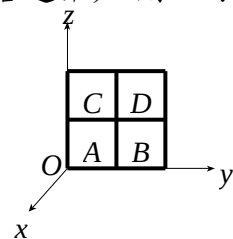
C. 箱子裡標有數字 1 到 6 的小卡各一張，隨機抽取 3 次，每次抽取 1 張，取後不放回，在第二次抽到卡片是偶數的條件下，試求這三次抽出卡片的數字由小到大排的機率為 $\frac{15}{16}$ 。

D. 坐標空間中一質點自點 $P(1,1,1)$ 沿著方向 $\vec{a} = (1,2,2)$ 等速直線前進，經過 5 秒後剛好到達平面 $x-y+3z=53$ 上，立即轉向沿著方向 $\vec{b} = (-2,2,-1)$ 依同樣的速率等速直線前進。請問再經過 17 18 秒此質點會剛好到達平面 $x+y-z=41$ 上。

E. 甲袋中有藍球 3 個，白球 5 個，乙袋中有藍球 2 個，白球 1 個，紅球 2 個。今投擲一公正骰子，若出現點數 2 或 4，則從甲袋任取兩球，若出現點數 1 或 3 或 5，則從乙袋任取兩球，若出現點數 6，則從甲袋、乙袋各取一球，試求在取得兩白球的條件下，從乙袋取到白球的機率為 $\frac{19}{20 \ 21}$ 。

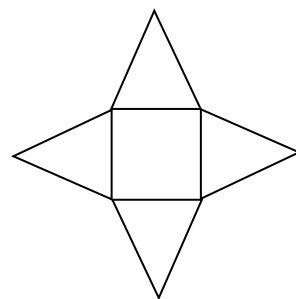
F. 已知一間工廠為了解其生產產品的良率(即良品占所有產品的比例)，進行一個檢驗流程。這個流程將良品檢驗成良品的機率是 $\frac{11}{12}$ ；而這個流程將不良品檢驗成不良品的機率是 0.95。而被這個檢驗流程檢驗為良品的 85 個產品中，仔細用人工確實檢查一次，發現中間仍有 8 個是不良品。請問，這間工廠生產產品的良率是 $\frac{22 \ 23}{24 \ 25}$ 。

G. 在 yz 平面上鋪設若干正方形磁磚，邊長均為 2 單位長，沿著直線 $L: \begin{cases} x=2-t \\ y=-5+at \\ z=2+(3-a)t \end{cases}$ (t 為實數)的軌跡射出雷射光線，欲使投射的光點落在 A 區域(含邊界)，則 a 的範圍為 $26 \leq a \leq \frac{27}{28}$



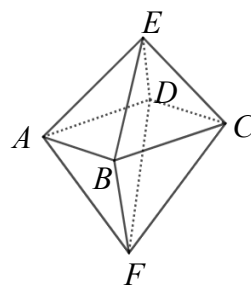
- H. 某個運動員在每天會進行訓練，從長跑、爬山兩項運動中選一個來進行訓練，每項運動選中機率相同。若已知在某一週星期一至星期五這5天，兩項運動皆有訓練到的條件下，至少兩天連續長跑的機率為 $\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}}$ 。

- I. 有一四角錐模型的展開圖如圖所示，由四個全等的等腰三角形及一個正方形組成。若折成四角錐 $O-ABCD$ 後，設定坐標系， O 為原點， $\overline{BC}$ 的中點為 $(4, -2, 5)$ ，正方形 $ABCD$ 所在的平面方程式為 $x - 2y + 2z = 18$ ，直線 AD 的方程式為 $\frac{x+2}{1} = \frac{y-a}{c} = \frac{z-b}{d}$ ，則 $a+b+c+d$ 之值為 $\frac{\textcircled{31} \textcircled{32}}{\textcircled{33}}$ 。(圖形未按比例，僅供參考)



- J. 若 $E_1: x - y + z = 5$ ， E_2 為包含 $\begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases}$ 的平面， E_1 和 E_2 的交線為 L ，已知 E_2 上一點 P 到 E_1 的距離為 $\sqrt{14}$ ， P 到 L 的距離為 $\sqrt{15}$ ， E_2 的方程式為 $ax + y + bz = c$ ，其中 a, b, c 均為整數，則 $a+b+c$ 之值為 $\textcircled{34} \textcircled{35}$ 。

- K. 有一正八面體如右所示， $\overline{AE}$ 所在直線方程式為 $\begin{cases} x = 1 \\ y - z = 3 \end{cases}$ ， $\overline{BC}$ 所在直線方程式為 $\begin{cases} y = -2 \\ x - z = -9 \end{cases}$ ，則此正八面體的稜長為 $\frac{\textcircled{36} \textcircled{37} \sqrt{\textcircled{38}}}{\textcircled{39}}$ 。



市立臺中一中 113 學年度第二學期第二次期中考 高二數學 A 試題

簡答：

一、 多選題：

1.(1)(2) 2. (1)(2)(4)(5) 3. (1)(3)(5) 4. (2)(4)(5) 5. (2)(3)(4)(5)

二、 選填題：

A. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ B. $(-1, -2, 1)$ C. $\frac{1}{6}$ D. 15 E. $\frac{7}{47}$ F. $\frac{21}{61}$ G. $3 \leq a \leq \frac{7}{2}$.

H. $\frac{3}{5}$ I. $-\frac{3}{2}$ J. 25 K. $\frac{15\sqrt{2}}{2}$