

台北市師大附中 113 上高一第二次期中考

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1. 請問 $2 \times 9^4 - 19 \times 9^3 + 10 \times 9^2 - 11 \times 9 + 25$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 1
- (2) 3
- (3) 5
- (4) 7
- (5) 9

2. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 14，除以 $x+2$ 的餘式為 -14，則 $f(x)$ 除以 x^2-4 的餘式為下列哪一個選項？

- (1) $6x+2$
- (2) $7x$
- (3) $8x-2$
- (4) $x-12$
- (5) $-2x-18$

3. 若二次函數 $f(x) = -(x+2)^2 + k$ 在閉區間 $-3 \leq x \leq 1$ 上的最大值為最小值的 2 倍，則二次函數 $f(x)$ 的最大值為何？

- (1) 16
- (2) 17
- (3) 18
- (4) 19
- (5) 20

4. 設 $f(x) = x^2 - mx + (m+3)$ ，若 $f(x)$ 的值恆為正數，則實數 m 的值可能為下列哪一個選項？

- (1) -2
- (2) 3
- (3) 6
- (4) 9
- (5) 12

二、多選題（占 20 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

5. 設 $f(x)$ 為一多項式，若 $f(x)$ 除以 $ax - b$ 的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 r ，其中 a, b 皆為非零實數。請選出正確的選項。

(1) $2f(x)$ 除以 $ax - b$ 的商式為 $\frac{1}{2}Q(x)$ ，餘式為 $2r$

(2) $f(x)$ 除以 $2(ax - b)$ 的商式為 $\frac{1}{2}Q(x)$ ，餘式為 $2r$

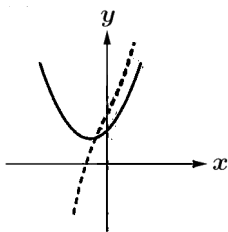
(3) $2f(x)$ 除以 $2(ax - b)$ 的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 $2r$

(4) $f\left(\frac{x}{a}\right)$ 除以 $x - b$ 的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 r

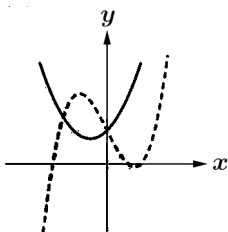
(5) $f\left(\frac{bx}{a}\right)$ 除以 $x - 1$ 的商式為 $bQ\left(\frac{bx}{a}\right)$ ，餘式為 r

6. 設 $\Gamma_1 : y = ax^2 + bx + c$, $\Gamma_2 : y = ax^3 + 2bx + c$ 。請問下列哪些選項中圖形的搭配正確？

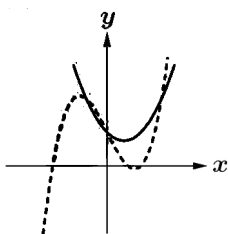
(1)



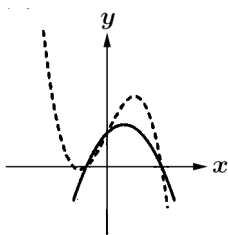
(2)



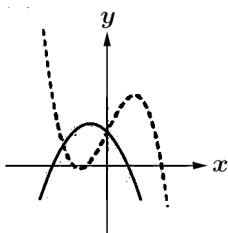
(3)



(4)



(5)



7. 已知實係數多項式 $f(x) = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 $r(x)$ ，其中 $a > -1$ 。若實數 k 可使得 $f(k) = r(k)$ ，則下列哪些選項可能是 k 的值？

- (1) 1
- (2) -1
- (3) -3
- (4) -5
- (5) -7

8. 請問對於下列哪些選項，可以找到非零實數 a ，使得選項裡面所有的數都同時滿足一元二次不等式 $ax^2 + (a^2 - 1)x - a > 0$ ？

- (1) 2, 3
- (2) 0, 1
- (3) -1, 0, 1
- (4) 1, 2, 3, ... (所有的正整數)
- (5) 0, 1, 2, 3, ... (所有的非負整數)

三、填充題（占 60 分）

說明：第 9 題至第 18 題，每題 6 分。

9. 設 $f(x) = (x-1)(x-2) + a(x-1) + b$ 與

$$g(x) = c(x-1)(x-2) + (x-2)(x-3) + \frac{1}{2}(x-1)(x-3)。$$

若 $f(x) = g(x)$ ，則實數數對 $(a, b, c) = \left(\frac{\textcircled{9-1} \textcircled{9-2}}{\textcircled{9-3}}, \textcircled{9-4}, \frac{\textcircled{9-5} \textcircled{9-6}}{\textcircled{9-7}} \right)。$

10. 已知 $f(x)$ 為三次多項式，若 $f(3) = f(2) = 5$ ，且 $f(1) = 11, f(-1) = -7$ ，
則 $f(4) = \frac{\textcircled{10-1} \textcircled{10-2}}{\textcircled{10-3}}。$

11. 已知 $f(x)$ 為二次實係數多項式， $g(x)$ 為一次實係數多項式。

若 $(x+1)f(x) = g(x)(2x^2+x) + x^2 - x + 1$ ，且 $f(x) - g(x) = 4x^2 - 5x + 2$ ，

則 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2}}。$

12. 設 O 為坐標平面上的原點，已知開口向下的二次函數 $f(x) = kx^2 - kx + 5$ 與 x 軸相交於 $A(a, 0)$ 、 $B(b, 0)$ 兩點，其中 $b > a$ ，且 $\overline{3AO} = \overline{BO}$ ，

則非零實數 $k = \frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2} \textcircled{12-3}}{\textcircled{12-4}}$ 。

13. 設 $f(x)$ 為實係數多項式。已知 $xf(x)$ 除以 $x^2 + 1$ 的餘式為 $3x + 5$ ，

則 $f(x)$ 除以 $x^2 + 1$ 的餘式為 $\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}x + \textcircled{13-3}$ 。

14. 設 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + 2$ ， $f(3 + \sqrt{2}) = \textcircled{14-1} \textcircled{14-2} + \textcircled{14-3} \sqrt{2}$ 。

15. 已知三次函數 $f(x)$ 的大域特徵與 $y = 2x^3$ 相同，在 $x = 0$ 附近的一次近似為 $y = -5x + 7$ 。若 $f(x)$

除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 $-8x + 6$ ，則此三次函數對稱點坐標為 $\left(\frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3}}, \frac{\textcircled{15-4} \textcircled{15-5}}{\textcircled{15-3}} \right)$ 。

16. 已知 $ax + 1 > 9x - 1$ 的解為 $x < 1$ ，則實數 a 為 $\textcircled{16-1}$ 。

17. 設 $f(x)$ 為首項係數為 4 的四次多項式，若不等式 $f(x) \geq 0$ 的解為 $x \leq -2$ 或 $x \geq -1$ 或 $x = \frac{-3}{2}$ ，

則不等式 $x^4(x+1)(x+2) < f(x)$ 的整數解有 $\textcircled{17-1}$ 個。

18. 已知 $f(x)$ 為 2024 次實係數多項式，且滿足 $f(k) = \frac{1}{k}$ ，其中 $k = 1, 2, \dots, 2025$ ，試求

$f(2026) = \frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2} \textcircled{18-3} \textcircled{18-4} \textcircled{18-5}}$ 。

参 考 答 案

1. 4

2. 2

3. 3

4. 2

5. 35

6. 34

7. 145

8. 124

9. $\left(\frac{-5}{2}, 2, \frac{-1}{2}\right)$

10. 23

11. $\frac{1}{2}$

12. $\frac{-20}{3}$

13. $-5x + 3$

14. $15 + 9\sqrt{2}$

15. $\left(\frac{-1}{2}, 10\right)$

16. 7

17. 3

18. $\frac{1}{1013}$