

台南市台南一中 113 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

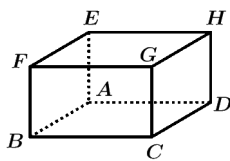
1. 在空間中，直線 L_1 恰交平面 E 於 A 點， L_2 為平面 E 上不通過 A 點之任一
直線， B 為 L_2 上任一點， P 為 L_1 上異於 A 點之任一點。請選出正確的選項：

- (1) 即使 L_1 不垂直平面 E ，則平面 E 還是能找到直線 L_3 使得 $L_3 \perp L_1$
- (2) 只要在 E 上能找到兩條過 A 點的直線與 L 垂直，即可保證 $L_1 \perp E$
- (3) 若 $L_1 \perp E$ 且 $\overline{AB} \perp L_2$ ，則 $\overline{PB} \perp L_2$
- (4) 若 $L_1 \perp E$ 且 $\overline{PB} \perp L_2$ ，則 $\overline{AB} \perp L_2$
- (5) 若 $\overline{AB} \perp L_2$ 且 $\overline{PB} \perp L_2$ ，則 $L_1 \perp E$

2. 已知空間中三點 $(2, -3, 1)$ 、 $(-3, 2, 4)$ 、 $(1, -5, 8)$ ，試問下列哪些點可
與此三點構成平行四邊形？

- (1) $(-2, 4, -3)$
- (2) $(0, -6, 13)$
- (3) $(-4, 0, 11)$
- (4) $(2, -4, 3)$
- (5) $(6, -10, 5)$

3. 如圖，長方體 $ABCD - EFGH$ 中， $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{AD} = 5$ 、 $\overline{AE} = 3$ ，則下列有關此長方體的敘述，哪些是正確？



(1) 與 $\overline{FG}$ 不共平面的稜邊僅有 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AE}$ 、 $\overline{DH}$

(2) $\overrightarrow{AE}$ 與 $\overrightarrow{CD}$ 互為歪斜而非垂直

(3) 直線 $\overline{BH}$ 與平面 $CDHG$ 的夾角為 $\angle BHC$

(4) 四面體 $ABDE$ 的體積為 5

(5) 設 $\triangle ADG$ 與底面 $ABCD$ 的夾角為 θ ，則 $\tan \theta = \frac{3}{2}$

4. 下列對於空間的概念或空間向量的敘述，哪些是正確的？

(1) 空間中包含任意已知點與一直線，恰可決定唯一的平面

(2) 過已知直線外一點，恰有一平面與此直線平行

(3) 設空間中 $\triangle ABC$ 的垂心為 H ，則 $\overrightarrow{AH}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影即為 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影

(4) 設空間中兩個不平行之非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的夾角為 θ ，

$$\text{則 } |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

(5) 設 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 為空間三個不共平面的非零向量，

$$\text{則 } \left| \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \right| = \left| (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \right|$$

5. 已知空間中兩不平行的向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ ，其中 $\vec{a} = (3, -2, 6)$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，則下列選項哪些是正確的？

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 之值可能為 -5

(2) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 之值可能為 24

(3) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 之值可能為 0

(4) $\vec{a} \times \vec{b}$ 可能為 $(5, 4, 6)$

(5) $\vec{a} \times \vec{b}$ 可能為 $(-10, -9, 2)$

二、填充題（占 60 分）

說明：第 6 題至第 18 題，每格 4 分。

6. 求下列行列式之值：

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 203 & 203^2 \\ 1 & 215 & 215^2 \\ 1 & 217 & 217^2 \end{vmatrix} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

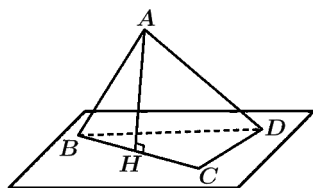
7. 已知 $\vec{a} = (5, -2, 1)$ 、 $\vec{b} = (-3, 1, 6)$ ，則 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - 2\vec{b}) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

8. 空間中一平行四邊形的其中三個頂點為 $A(1, 2, 7)$ 、 $B(2, 1, 5)$ 、 $C(3, 5, 6)$ ，則此平行四邊形的面積為【 $\quad \quad \quad$ 】。

9. 空間中兩點 $A(4, -1, 3)$ 、 $B(-2, 5, 7)$ ，則 $\overrightarrow{AB}$ 在 yz 平面上的正射影為【 $\quad \quad \quad$ 】。

10. 空間坐標系中有正四面體 $ABCD$ ，其中頂點 $A(1, 3, 2)$ ，另外三個頂點均在 xy 平面上，則此正四面體的體積為【 $\quad \quad \quad$ 】。

11. 將長方形紙 $ABCD$ 沿著對角線 $\overline{BD}$ 摺起，使得自頂點 A 作平面 BCD 的垂直線，其垂足落在邊 $\overline{BC}$ 上，若 $\overline{AB} = a$ ， $\overline{BC} = b$ ， $b > a$ ，則 $\overline{AC} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。



12. 已知空間中四點 $A(1, 2, 4)$ 、 $B(0, 1, 0)$ 、 $C(2, 3, 7)$ 、 $D(-2, 1, 5)$ ，

(1) 四面體 $ABCD$ 的體積為【 $\quad \quad \quad$ 】。

(2) $\overrightarrow{AD}$ 在平面 ABC 上的正射影為【 $\quad \quad \quad$ 】。

13. 已知兩空間向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 滿足 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 4$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ ，

則 $|\vec{a} \times \vec{b}| = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ 。

14. 空間中兩非零向量 $\vec{p} = (a, -a, 0)$ 與 $\vec{q} = (1, 0, a)$ 之夾角為 120° ，
則 $a =$ 【 】。

15. 設 $\vec{a} \times \vec{b} = (4, -1, 2)$ ， $\vec{c} \times \vec{a} = (-5, 2, 3)$ ， $|\vec{a}| = 2$ ，
則 $\vec{a} \times (2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}) =$ 【 】。

16. 已知直角 $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{CA} = 4$ 、 $\overline{AB} = 5$ ，若 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點且 P 點到 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 、 $\overline{AB}$ 之距離分別為 x 、 y 、 z ，則 $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{z}$ 之最小值為【 】。

17. 已知 $\vec{a} \times \vec{b} = (3, -1, 2)$ ， $\vec{b} \times \vec{c} = (2, 0, 1)$ ，且 $|\vec{b}| = 2\sqrt{6}$ ，
則 $\vec{b} =$ 【 】。(兩解)

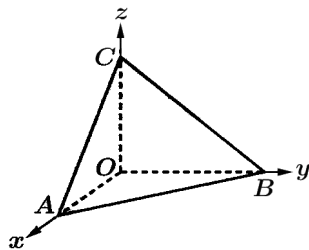
18. 已知 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = -2$ ，則 $\begin{vmatrix} a_2 + 2a_3 & 3a_1 - a_2 & a_3 - a_1 \\ b_2 + 2b_3 & 3b_1 - b_2 & b_3 - b_1 \\ c_2 + 2c_3 & 3c_1 - c_2 & c_3 - c_1 \end{vmatrix} =$ 【 】。

第貳部分：混合題 (占 10 分)

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液 (帶)。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

19 — 20 題組

如圖， $A(1, 0, 0)$ 、 $B(0, 3, 0)$ 、 $C(0, 0, 2)$ ，則：



19. $\triangle ABC$ 與 $\triangle OAB$ 所夾成的兩面角為 θ ，求 $\cos \theta$ 之值？(非選擇題，6 分)

20. 求 $\triangle ABC$ 的面積。(非選擇題，4 分)

6

參考答案

第壹部分：選擇 (填) 題

1. 12345 2. 135 3. 145 4. 35 5. 135

6. (1) 42 ; (2) 336

7. 0

8. $\sqrt{83}$

9. (0, 6, 4)

10. $\sqrt{3}$

11. $\sqrt{b^2 - a^2}$

12. (1) $\frac{1}{3}$; (2) $(-2, -2, 1)$

13. $2\sqrt{35}$

14. -1

15. $(-11, 5, 11)$

16. $\frac{25}{3}$

17. $\pm(-2, 2, 4)$

18. 10

第貳部分：混合題

19. $\frac{3}{7}$

20. $\frac{7}{2}$