

# 臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第二學期第一次期中考高二數學 B 試題卷

本次考試滿分為 113 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

## 一、單選題（24 分）

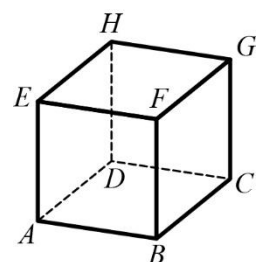
說明：第 1 至 4 題為單選題，每題答對者得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

1. 在空間中，關於兩相異直線  $L_1, L_2$  的敘述，下列何者錯誤？

- (1) 可以找到一直線同時垂直  $L_1, L_2$       (2) 可以找到一直線同時與  $L_1, L_2$  相交      (3) 可以找到一平面同時包含  $L_1, L_2$   
(4) 可以找到一平面同時平行  $L_1, L_2$       (5) 可以找到一平面同時與  $L_1, L_2$  相交

2. 如圖，邊長為 3 的正立方體  $ABCDEFGH$ ，已知  $A(-4, 3, 5)$ ，若  $(-6, 1, 4)$  也是此正方體其中一個頂點，則  $(-6, 1, 4)$  可能為下列哪一個點？

- (1)  $B$       (2)  $C$       (3)  $F$       (4)  $G$       (5)  $H$

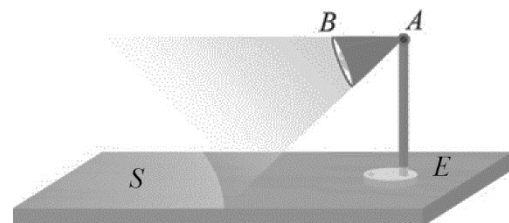


3. 空間中有兩相交直線  $L_1, L_2$ ，其夾角為  $30^\circ$ ，將  $L_2$  繞  $L_1$  轉一圈，可得一個直圓錐面，今有一個平面  $E$  與直線  $L_1$  夾角為  $45^\circ$ ，試問平面  $E$  與此直圓錐面的截痕是下列哪一個選項？

- (1) 雙曲線      (2) 拋物線      (3) 橢圓      (4) 圓      (5) 兩相交直線

4. 書桌上有一直圓錐狀燈罩的檯燈，已知檯燈上緣  $\overline{AB}$  與桌面平行，開燈時桌面  $E$  上被照亮之區域為  $S$ ，則  $S$  的邊界是哪一種圓錐曲線？

- (1) 雙曲線      (2) 拋物線      (3) 橢圓      (4) 圓      (5) 兩相交直線



## 二、多選題（40 分）

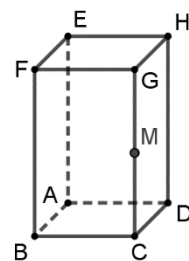
說明：第 5 至 8 題為多選題，每題各有五個選項。每個選項 2 分，所有選項均未作答，該題以 0 分計算。

5. 關於空間中的敘述，請選出正確的選項。

- (1) 通過直線  $L$  外一點  $A$ ，恰有一平面與直線  $L$  垂直      (2) 通過直線  $L$  外一點  $A$ ，恰有一平面與直線  $L$  平行  
(3) 通過平面  $E$  外一點  $A$ ，恰有一直線與平面  $E$  平行      (4) 通過平面  $E$  外一點  $A$ ，恰有一平面與平面  $E$  平行  
(5) 相異平面  $E_1, E_2$  和平面  $F$  的交線分別為  $L_1, L_2$ ，若  $L_1 \perp L_2$ ，則  $E_1 \perp E_2$

6. 長方體  $ABCDEFGH$  中， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AD}=4$ ， $\overline{AE}=6$ ，且  $M$  為  $\overline{CG}$  中點，請選出正確的選項。

- (1)  $\overline{AG} = \sqrt{62}$   
(2)  $\overline{AM} = \sqrt{34}$   
(3) 一隻螞蟻自  $M$  點沿著長方體表面爬行到  $E$  點的最短距離為  $\sqrt{53}$   
(4) 一隻螞蟻自  $B$  點沿著長方體表面爬行到  $H$  點的最短距離為  $\sqrt{85}$   
(5) 一隻螞蟻自  $B$  點沿著長方體表面爬行到  $H$  點，走最短距離時會經過  $M$  點



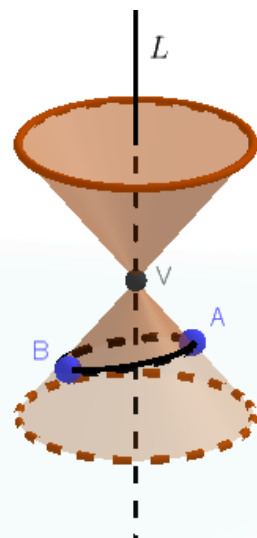
7.下表為台灣部分地點的經緯度，有台灣四大極點之稱的四座燈塔為極東：三貂角燈塔、極南：鵝鑾鼻燈塔、極西：國聖燈塔、極北：富貴角燈塔，並將地心作為原點 $O$ ，地球半徑為 $R$ ，經線 $0^\circ$ 置於 $xz$ 平面，經度以東為正，以西為負，緯度以北為正，以南為負，建立空間坐標系統，請選出正確的選項。

| 地點 | 台北              | 台東              | 桃園機場            | 松山機場            | 三貂角燈塔           | 鵝鑾鼻燈塔           | 國聖燈塔            | 富貴角燈塔           |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 北緯 | $25.035^\circ$  | $22.761^\circ$  | $25.081^\circ$  | $25.068^\circ$  | $25.010^\circ$  | $21.902^\circ$  | $23.101^\circ$  | $25.302^\circ$  |
| 東經 | $121.576^\circ$ | $121.192^\circ$ | $121.231^\circ$ | $121.552^\circ$ | $122.002^\circ$ | $120.853^\circ$ | $120.036^\circ$ | $121.537^\circ$ |

- (1)台北比台東還要更東邊 (2)桃園機場比松山機場還要更北邊  
 (3)台灣極東與極西的經度差距大於 $2^\circ$  (4)台灣極北與極南的緯度差距大於 $4^\circ$   
 (5)鵝鑾鼻燈塔的坐標為 $(R\cos 21.902^\circ\cos 120.853^\circ, R\cos 21.902^\circ\sin 120.853^\circ, R\sin 21.902^\circ)$

8.如圖，空間中一直圓錐面以直線 $L$ 為軸，頂點為 $V$ 。今一平面 $E$ 與直圓錐面的截痕為一橢圓，其橢圓中心為 $O$ ，且橢圓上距離頂點 $V$ 最近的點為 $A$ ，最遠的點為 $B$ ，且 $\overline{VA}=10$ ， $\overline{VB}=16$ ， $\angle AVB=60^\circ$ ，請選出正確的選項。

- (1)軸 $L$ 通過橢圓中心 $O$ 點 (2) $\overline{VO}$ 為 $\angle AVB$ 之角平分線  
 (3) $\cos A = \frac{1}{7}$  (4) $\overline{VO} = \sqrt{129}$   
 (5)橢圓的長軸長為14



### 三、填充題（24分）

說明：第9至12題為填充題，每題完全答對得6分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

9.已知空間中一平面 $E$ 與直圓錐面截出半徑為5的圓，且圓上任一點 $P$ 與直圓錐面頂點 $V$ 的距離為13，則 $V$ 點與平面 $E$ 的距離為\_\_\_\_\_。

10.設正四面體 $ABCD$ 的邊長為 $\sqrt{2}$ ，若 $M, N$ 為 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 之中點，則 $\overline{MN}$  =\_\_\_\_\_。

11.設正方形 $ABCD$ 邊長為12，沿著對角線 $\overline{AC}$ 對摺，使 $\overline{BD}=6\sqrt{6}$ ，若平面 $ABC$ 與平面 $ACD$ 的夾角為 $\theta$ ，則 $\sin \theta$  =\_\_\_\_\_。

12.設 $A(7, -11, 4)$ ， $B(2, 7, -9)$ ，平面 $E$ 通過 $A, B$ 兩點之中點，且平面 $E$ 與 $\overline{AB}$ 垂直，此時稱平面 $E$ 為 $\overline{AB}$ 之垂直平分面，若平面 $E$ 與 $z$ 軸交於 $P$ 點，則 $P$ 點坐標為\_\_\_\_\_。

#### 四、混合題（15分）

說明：13 為填充題，每題完全答對得 1 分，共 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

14 為單選題答對者得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

15 為計算題答對者得 5 分，需詳細寫出計算過程。

「ようこそ。Ave Mujica の世界へ」(歡迎來到 Ave Mujica 的世界)，樂團 Ave Mujica 的五名成員：吉他兼主唱 Doloris、吉他手 Mortis、貝斯手 Timoris、鼓手 Amoris、鍵盤手 Oblivionis，取名來源為月球上的地名。月海就是指月球表面上比較低窪的平原。用肉眼看月球的話，這些地方會呈現暗色。而這些大面積的陰暗區就叫做月海，同時還有月灣、月湖之類的名稱。這些月海多半都有著拉丁文的名字，Lacus Doloris（悲湖）、Lacus Mortis（死湖）、Lacus Timoris（恐怖湖）、Sinus Amoris（愛灣）、Lacus Oblivionis（忘湖），月面坐標用來標示月球表面上的位置。國際天文學聯合會建議用"平地球/極軸"系統，本初子午線穿過地月中心連線。

13.將月球仿照地球建立空間坐標系統，請利用經緯度判斷各點坐標的正負。

| 地點 | Lacus Doloris | Lacus Mortis | Lacus Timoris | Sinus Amoris | Lacus Oblivionis |
|----|---------------|--------------|---------------|--------------|------------------|
| 緯度 | 北緯 17.1°      | 北緯 45°       | 南緯 39.4°      | 北緯 19°       | 南緯 20.4°         |
| 經度 | 東經 9.0°       | 東經 27.2°     | 西經 28.0°      | 東經 37.3°     | 西經 168.5°        |
| x  |               |              |               |              |                  |
| y  |               |              |               |              |                  |
| z  |               |              |               |              |                  |

14.承 13 題，對蹠點（英語：antipode）或稱對蹠地，為地理學與幾何學上的名詞。球面上任一點與球心的連線會交球面於另一點，亦即位於球體直徑兩端的點，這兩點互為對蹠點。月球上 Lacus Oblivionis（忘湖）的對蹠點與下列哪一點距離最近？

- (1)Lacus Doloris（悲湖）      (2)Lacus Mortis（死湖）  
(3)Lacus Timoris（恐怖湖）      (4)Sinus Amoris（愛灣）

15.承 13 題，若製作一個半徑為 5 公分的月球儀，請計算通過這五個地點的緯線，緯線所形成的小圓周長最短的是幾公分？(四捨五入至整數位)

參考數值  $\cos 17.1^\circ \approx 0.96$ 、 $\cos 19^\circ \approx 0.95$ 、 $\cos 20.4^\circ \approx 0.94$ 、 $\cos 39.4^\circ \approx 0.77$ 、 $\cos 45^\circ \approx 0.71$ 、 $\pi \approx 3.14$

#### 五、加分題（10分）

說明：16 為計算題答對者得 10 分，需詳細寫出計算過程。

16.從地球上的某處為出發點，向南前進 1 公里，再向東前進 1 公里，再向北前進 1 公里，會回到原出發點，請問出發點位於地球的何處？(不考慮陸地或海洋，皆可向前進。)

# 臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第二學期第一次期中考高二數學 B 答案卷

二年\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_號，姓名：\_\_\_\_\_

本次考試滿分為 113 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

- 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
- 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

## 一、單選題（24 分）

| 題號 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----|---|---|---|---|
| 答案 |   |   |   |   |

## 二、多選題（40 分）

| 題號 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----|---|---|---|---|
| 答案 |   |   |   |   |

## 三、填充題（24 分）

| 題號 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|---|----|----|----|
| 答案 |   |    |    |    |

## 四、混合題（15 分）

13.

| 地點 | Lacus Doloris | Lacus Mortis | Lacus Timoris | Sinus Amoris | Lacus Oblivionis |
|----|---------------|--------------|---------------|--------------|------------------|
| 緯度 | 北緯 17.1°      | 北緯 45°       | 南緯 39.4°      | 北緯 19°       | 南緯 20.4°         |
| 經度 | 東經 9.0°       | 東經 27.2°     | 西經 28.0°      | 東經 37.3°     | 西經 168.5°        |
| x  |               |              |               |              |                  |
| y  |               |              |               |              |                  |
| z  |               |              |               |              |                  |

| 題號 | 14 |
|----|----|
| 答案 |    |

| 題號 | 作答區 |
|----|-----|
| 15 |     |

## 五、加分題（10 分）

| 題號 | 作答區 |
|----|-----|
| 16 |     |

# 臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第二學期第一次期中考高二數學 B 答案卷

二年\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_號，姓名：\_\_\_\_\_

本次考試滿分為 113 分，若得分超過 100 分則以 100 分計

作答說明：

- 請在答案卷上書寫班級、座號及姓名，並用黑色原子筆以清晰之字跡作答，以免影響閱卷之結果。
- 請由左而右以黑色原子筆橫式書寫，計算題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

## 一、單選題（24 分）

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 題號 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 答案 | 3 | 1 | 3 | 2 |

## 二、多選題（40 分）

|    |    |    |     |     |
|----|----|----|-----|-----|
| 題號 | 5  | 6  | 7   | 8   |
| 答案 | 14 | 24 | 125 | 345 |

## 三、填充題（24 分）

|    |    |    |                      |         |
|----|----|----|----------------------|---------|
| 題號 | 9  | 10 | 11                   | 12      |
| 答案 | 12 | 1  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (0,0,2) |

## 四、混合題（15 分）

13.

|    |               |              |               |              |                  |
|----|---------------|--------------|---------------|--------------|------------------|
| 地點 | Lacus Doloris | Lacus Mortis | Lacus Timoris | Sinus Amoris | Lacus Oblivionis |
| 緯度 | 北緯 17.1°      | 北緯 45°       | 南緯 39.4°      | 北緯 19°       | 南緯 20.4°         |
| 經度 | 東經 9.0°       | 東經 27.2°     | 西經 28.0°      | 東經 37.3°     | 西經 168.5°        |
| x  | +             | +            | +             | +            | -                |
| y  | +             | +            | -             | +            | -                |
| z  | +             | +            | -             | +            | -                |

|    |    |
|----|----|
| 題號 | 14 |
| 答案 | 1  |

|    |                                                                                                                                                                                                                                  |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 題號 | 作答區                                                                                                                                                                                                                              |
| 15 | <p>Ans:22 公分</p> <p>Lacus Mortis 所在小圓的半徑為 <math>5\cos 45^\circ \approx 5 \times 0.71 = 3.55</math> 公分(2 分，不須求近似值)</p> <p>周長為 <math>10\pi \cos 45^\circ \approx 10 \times 3.14 \times 0.71 = 22.394 \approx 22</math> 公分(3 分)</p> |

## 五、加分題（10 分）

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 題號 | 作答區                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 16 | <p>Ans:</p> <p>北極點(5 分)、南半球平行赤道的平面所截的小圓 <math>C_n</math> 上任一點，<math>n</math> 為正整數(5 分)</p> <p><math>C_n</math> 上某一點出發，向南前進 1 公里後，到達半徑 <math>\frac{1}{2n\pi}</math> 公里的小圓，此小圓圓周長</p> $2\pi \cdot \frac{1}{2n\pi} = \frac{1}{n} \text{ 公里}$ <p>所以向東前進 1 公里恰好繞小圓 <math>n</math> 圈回到原點，再向北前進 1 公里回到原出發點。</p> |

