

桃園市武陵高中 113 下高一期末考

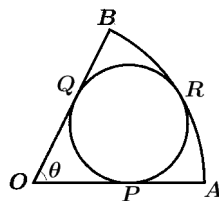
第壹部分：選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 5 分）

說明：第 1 題，每題 5 分。

1. 如圖所示，在頂點為 O 、半徑為定值 r 的扇形 OAB 中，圓心角 $\angle AOB = \theta$ ，其中 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 。其內切圓與扇形 OAB 的 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\widehat{AB}$ 分別切於 P 、 Q 、 R 三點，當 θ 由小變大時， $\cos \angle PRQ$ 如何變化？

- (1) 先變大再變小
- (2) 先變小再變大
- (3) 一直變大
- (4) 一直變小
- (5) 無法確定



二、多選題（占 20 分）

說明：第 2 題至第 3 題，每題 10 分。(10-6-2-0)

2. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 3$ ，且 $\overline{BC} = a$ 。試選出正確的選項。

- (1) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 3，則可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀和大小
- (2) 若 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形，則 $a > \sqrt{13}$
- (3) $\angle C = 30^\circ$ 時，可決定唯一的 $\triangle ABC$
- (4) 可以找到 a ，使得 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\sqrt{2}$
- (5) 可以找到 a ，使得 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 2025

3. 設坐標平面上，設 $P(-3, -4)$ 為標準位置角 θ 終邊上一點，試問以下哪些敘述是正確的？

- (1) 直角坐標 $A(3, 4)$ 可轉成極坐標 $[5, 180^\circ + \theta]$
- (2) 直角坐標 $B(-4, 3)$ 可轉成極坐標 $[5, \theta + 90^\circ]$
- (3) 將極坐標 $C[5, 180^\circ - \theta]$ 轉成直角坐標為 $(3, -4)$
- (4) 將極坐標 $D[5, \theta - 180^\circ]$ 轉成直角坐標為 $(4, 3)$
- (5) 若 E 點極坐標為 $[5, -\frac{\theta}{2}]$ ，則 E 點位在第一象限

1

三、填充題（占 60 分）

說明：第 4 題至第 13 題，每題 6 分。

4. 設 θ 為廣義角且 $\sin \theta > 0$ ， $\tan \theta = \frac{-3}{4}$ ，試求 $3 \sin (180^\circ + \theta) - 4 \cos (90^\circ + \theta) +$

$2 \sin (270^\circ - \theta) \cdot \cos (\theta - 180^\circ) =$

- ☐ 4-1 ☐ 4-2
- ☐ 4-3 ☐ 4-4

5. 在 $\triangle ABC$ 中，若 D 點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{AB} = 25$, $\overline{AC} = 40$, $\overline{BD} = 25$ ，
 $\overline{CD} = 14$ ，試求 $\overline{AD}$ 長 = ☐ 5-1 ☐ 5-2。

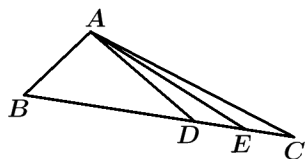
6. 一圓的內接四邊形 $ABCD$ ，若已知 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 8$, $\angle ACB + \angle CAD = 90^\circ$ ，
試求四邊形 $ABCD$ 外接圓的面積 = ☐ 6-1 ☐ 6-2 π 。

7. 設 $\cos \theta + 3 \sin \theta = 2$ ，且 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，若 $\cos \theta + \sin \theta = \frac{b + \sqrt{c}}{a}$ ，其中 a, b, c

均為實數且 a, b 互質，試求 $a + b + c =$ ☐ 7-1 ☐ 7-2。

8. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， D 點在 $\overline{BC}$ 上， E 為 $\overline{DC}$ 線段上一點。已知 $\overline{AB} : \overline{AD} : \overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 3 : 4 : 5$ 。

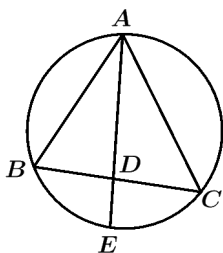
若 $\triangle ABD$ 的外接圓半徑為 R_1 ， $\triangle ACE$ 的外接圓半徑為 R_2 。試求 $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\textcircled{8-1}}{\textcircled{8-2} \textcircled{8-3}}$ 。



9. $\triangle ABC$ 中， D 為 $\overline{BC}$ 上一點使得 $\overline{AC} \perp \overline{AD}$ 。已知 $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\cos \angle BAC = \frac{-4}{5}$ ，試求 $\overline{AD}$ 的

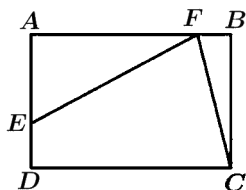
長 = $\frac{\textcircled{9-1} \textcircled{9-2}}{\textcircled{9-3}}$ 。

10. 如圖所示， $\angle BAC = 60^\circ$ ， D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若 $\overrightarrow{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線且 $\overrightarrow{AD}$ 交 $\triangle ABC$ 的外接圓於 E ，已知 $\overline{AE} = 8$ 、 $\overline{AD} = 6$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積 = $\textcircled{10-1} \textcircled{10-2} \sqrt{\textcircled{10-3}}$ 。



11. 如圖所示，長方形 $ABCD$ 中 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 2$ 。 E 、 F 分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AB}$ 上的點

且滿足 $\overline{AE} = 2\overline{ED}$ 、 $\angle EFC = \angle DCF$ ，試求 $\tan \angle AFE = \frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2} \textcircled{11-3}}$ 。



12. 設 $\triangle ABC$ 中 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{AC} = 6$ 、 $\overline{AB} = 4$ ，三個邊上的高分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ ，其中 D 、 E 、 F 分別在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 上，試求 $\frac{\triangle AEF \text{ 的面積}}{\triangle BDF \text{ 的面積}} = \frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}}$ 。

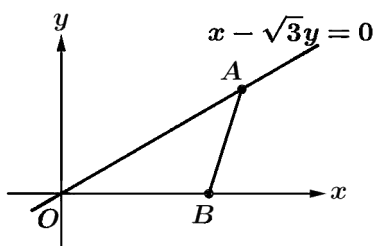
13. 森森開車沿著筆直的東西向公路由西向東等速度前進，他在 A 點時發現在北 30° 東的方向，仰角 30° 的位置有一個熱氣球正在半空中以等速度垂直向上升。森森開車繼續前進 1 小時後到達 B 點，發現熱氣球正在正北方仰角 45° 的位置。請問如果森森從 B 點繼續往前開 3 小時到達 C 點，此時森森在 C 點看熱氣球的仰角為 θ ，試求 $\cos^2 \theta = \frac{13-1}{13-2}$ 。(註：森森從 A 點開車到 C 點的整個過程中，森森和熱氣球在途中都沒有任何的停留，且森森開車的速度不一定等於熱氣球垂直向上升的速度)

第貳部分：混合題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 16 題組

如圖所示，在坐標平面上， O 為原點，在第一象限有一點 A 在直線 $L: x - \sqrt{3}y = 0$ 上，另一點 B 在 x 軸正向上，已知 $\overline{AB} = 4$ ，試問：



14. $\angle AOB$ 的角度為何？(單選題，4 分)

- (1) 15°
- (2) 30°
- (3) 45°
- (4) 60°
- (5) 無法確定

15. 若 $A(\sqrt{3}t, t)$ ， $B(a, 0)$ ，試求 t 和 a 的關係式。(非選擇題，4 分)

16. 試求 $\triangle OAB$ 面積的最大值。(非選擇題，7 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 3

2. 15 3. 13

4. $\frac{47}{25}$

5. 30

6. 20

7. 15

8. $\frac{3}{10}$

9. $\frac{18}{5}$

10. $12\sqrt{3}$

11. $\frac{8}{15}$

12. $\frac{81}{4}$

13. $\frac{1}{2}$

第貳部分：混合題

14. 2

15. $4t^2 + a^2 - 2\sqrt{3}at = 16$

16. $8 + 4\sqrt{3}$

6