

台南市台南女中 113 上高一第二次期中考

一、單選題（占 28 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 4 分。

1. 若坐標平面上三直線 $L_1: x + 3y - 1 = 0$ ， $L_2: x - y + 3 = 0$ ， $L_3: 2x + ay + 1 = 0$ 不能圍成一個三角形，則 a 的所有可能的值的總和為多少？

- (1) -2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 7

2. 已知過三點 $(0, 1)$ ， $(0, 6)$ ， $(3, 0)$ 的圓方程式為 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ ，求 $d + e + f = ?$

- (1) -5
- (2) -6
- (3) -7
- (4) -8

3. 下列哪一個選項中的兩點均在給定直線的另一個半平面？

- (1) $(3, 5)$ 、 $(1, 2)$ ， $L_1: 2x - y = 0$
- (2) $(0, 0)$ 、 $(3, -2)$ ， $L_2: x - y + 1 = 0$
- (3) $(-3, 1)$ 、 $(1, 3)$ ， $L_3: 3x - y + 1 = 0$
- (4) $(0, 3)$ 、 $(-4, 0)$ ， $L_4: 3x - y + 5 = 0$

4. 設 $L_1: 6x + (2a - 1)y = 8$ ， $L_2: (a + 2)x + (a + 3)y = -3$ ，若 $L_1 // L_2$ ，且 a 不是整數，則 a 的值為何？

- (1) $-\frac{5}{2}$
- (2) $-\frac{7}{2}$
- (3) $-\frac{9}{2}$
- (4) $-\frac{11}{2}$

5. 直線 $x + 2y + k = 0$ 和圓 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 交於兩點，已知 k 的最大範圍為 $a < k < b$ ，且 a 和 b 皆為實數，則 $a + b = ?$

- (1) 0
- (2) -10
- (3) $-8\sqrt{5}$
- (4) $8\sqrt{5}$

6. 過 $P(1, 2)$ 作圓 $C : x^2 + y^2 = 1$ 的兩切線，兩切點分別為 A, B ，則 $\overline{AB} = ?$

- (1) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- (2) $\frac{3\sqrt{3}}{7}$
- (3) $\frac{5\sqrt{6}}{9}$
- (4) $\frac{2\sqrt{7}}{11}$

7. 給定一圓心為 $A(6, 8)$ ，半徑為 5 的圓 C ，與一直線 $L : y = mx - 9$ ，其中 m 為整數；已知直線 L 和圓 C 相交於 P, Q 兩點，以點 P, Q 為切點的兩切線互相垂直於 R 點。則 $m = ?$

- (1) 5
- (2) 6
- (3) 7
- (4) 8

二、多選題（占 24 分）

說明：第 8 題至第 11 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

8. 有一圓 $C : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ ， $P(4, 2)$ 為圓外一點，試選出正確的選項。

- (1) 圓 C 的圓心坐標為 $(1, -2)$
- (2) 圓 C 的半徑為 9
- (3) 圓 C 上的點與 P 點的最短距離為 2
- (4) 圓 C 上的點與 P 點的最遠距離為 14
- (5) 圓 C 上的點與 P 點的距離為整數者恰有 14 個

9. 下列哪些選項中的條件恰決定唯一的圓？

- (1) 過點 $(1, -1)$ 且半徑為 2
- (2) 過三點 $A(1, 2)$ 、 $B(3, 5)$ 、 $C(15, 23)$
- (3) 過四點 $(2, 0)$ 、 $(-2, 0)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(0, -2)$
- (4) 以 $(2, 3)$ 和 $(10, 9)$ 為直徑兩端點
- (5) 圓心為 $(-1, 3)$ 且與 x 軸和 y 軸皆相切

10. 已知 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(-1, 3)$ 、 $B(6, 0)$ 、 $C(4, 6)$ ，試選出正確的選項。

- (1) $\overline{BC}$ 邊上的中線方程式為 $x - 3 = 0$
- (2) $\overline{BC}$ 邊上高所在的直線方程式為 $x - 3y + 10 = 0$
- (3) $\overline{BC}$ 的中垂線方程式為 $x - 3y + 4 = 0$
- (4) $\triangle ABC$ 的外心坐標 (三中垂線的交點) 為 $\left(\frac{17}{6}, \frac{41}{18}\right)$
- (5) $\triangle ABC$ 的垂心坐標 (三高線的交點) 為 $\left(\frac{10}{3}, \frac{40}{9}\right)$

11. 坐標平面上三條直線 $L_1: 2y = x + a$ 、 $L_2: y = bx + 4$ 、 $L_3: cy = dx + 4$ ，圍成 $\triangle PQR$ 。已知 $P(0, 6)$ 、 $Q(2, 0)$ ，試選出正確的選項。

- (1) P 點在 L_2 上
- (2) $a = 12$ ， $c = \frac{2}{3}$
- (3) Q 點為 L_1 和 L_3 的交點
- (4) $b + d = -4$
- (5) R 點的坐標為 $\left(-\frac{4}{5}, \frac{28}{5}\right)$

三、填充題 (占 48 分)

說明：第 12 題至第 19 題，每題 6 分。

12. 過 $P(-2, 6)$ 之直線 L 將圓 $C: x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ 的面積平分，

則直線 L 的斜率為 $\frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}}$ 。

13. 已知直線 L 垂直於直線 $4x + 3y - 5 = 0$ ，且 L 被兩坐標軸所截出的線段長為 10，

則直線 L 的方程式為 $3x - \textcircled{13-1}y \pm \textcircled{13-2} \textcircled{13-3} = 0$

14. 已知 P 點為圓 C 外一點，若 P 點到圓 C 上的點的最近距離與最遠距離分別為 2 和 8，則過 P 點作圓 C 的切線段長為 $\textcircled{14-1}$ 。

15. 若直線 $y = mx + \frac{11}{4}$ 和圓 $x^2 + y^2 + px + 4y + q = 0$ 切於 $(-1, 2)$ ，

求 $4m + p + q = \textcircled{15-1} \textcircled{15-2} \textcircled{15-3}$ 。

16. 假設台南市有一個圓環的正中心位於直角坐標平面的原點，圓環的方程式為 $x^2 + y^2 = 1$ ，小明家與小華家皆在圓環附近，小明的坐標為 $(2, 0)$ ，小華家的坐標為 $(-2, 0)$ ，小明打算從家裡前往小華家一起寫作業，若小明走的路線不經過圓環的內部，則所走的路線的最短距離為

$\textcircled{16-1} \sqrt{\textcircled{16-2}} + \frac{\textcircled{16-3}}{\textcircled{16-4}} \pi$ 。

17. 已知直線 $L: y = mx - 1$ 平分 $\triangle ABC$ 的面積，其中 $A(0, 0)$ ， $B(5, 0)$ ， $C(3, 4)$ ，求 m 值為

$\frac{\textcircled{17-1} + \textcircled{17-2} \sqrt{\textcircled{17-3}}}{\textcircled{17-4} \textcircled{17-5}}$ 。

18. a, b, c, d 皆為實數， $\begin{cases} a^2 + b^2 + 2a + 6b = 6 \\ c^2 + d^2 - 4c + 2d = 4 \end{cases}$ ，則 $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ 之最大值

$= \textcircled{18-1} + \sqrt{\textcircled{18-2} \textcircled{18-3}}$ 。

19. 坐標平面上 $A(a, 0)$ ， $B(0, b)$ ， $a > b > 0$ ，且 $\overline{AB} = 4$ ，若 $\overline{AB}$ 之垂直平分線與圓 $C: x^2 + y^2 = 1$ 相

切，則數對 $(a, b) = (\textcircled{19-1} \sqrt{\textcircled{19-2}}, \textcircled{19-3})$ 。

参考答案

1. 4 2. 2 3. 2 4. 1 5. 2 6. 1 7. 3

8. 13 9. 34 10. 2345 11. 245

12. $-\frac{3}{2}$

13. $3x - 4y \pm 24 = 0$

14. 4

15. -18

16. $2\sqrt{3} + \frac{1}{3}\pi$

17. $\frac{5 + 2\sqrt{5}}{10}$

18. $7 + \sqrt{13}$

19. $(2\sqrt{3}, 2)$