

113 學年度第一學期第三次定期考高三數乙試題

命題範圍：第三章積分

一、單選題：(占 54 分)

第 1 到 9 題劃記在答案卡所標記的列號 (1-9)，每題答對得 6 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項，該題得 0 分。

1. 已知 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$ ，則定積分 $\int_0^3 f(x) dx$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 5 (2) 4 (3) 3 (4) $\frac{9}{2}$ (5) $\frac{5}{2}$

2. 設函數 $f(x) = x^2 - x \int_0^1 f(t) dt + \int_0^1 f(t) dt$ ，則 $\int_0^1 f(t) dt$ 的值為下列哪一個選項？(1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{3}{4}$

3. 若定積分 $\int_1^a 3x^2 dx = 63$ ，則實數 a 的值為下列哪一個選項？

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) 4 (3) -3 (4) -4 (5) $-\frac{1}{3}$

4. 定積分 $\int_{-2024}^{2024} (3x^3(x^2+1)^3) dx$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 4048 (2) -2024 (3) 2 (4) 1 (5) 0

5. 兩函數 $f(x) = x$ 與 $g(x) = \frac{1}{2}x^3$ 的圖形所圍成的封閉區域的面積為下列哪一個選項？(1) 4 (2) 2 (3) 1 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $2\sqrt{2}$

6. 右圖鋪色區域是多項式函數 $y = f(x)$ 的圖形在閉區間 $[0, 4]$ 與 x 軸及 $x = 4$ 所圍成區域，則下列哪一個選項可以表示此鋪色區域的面積？

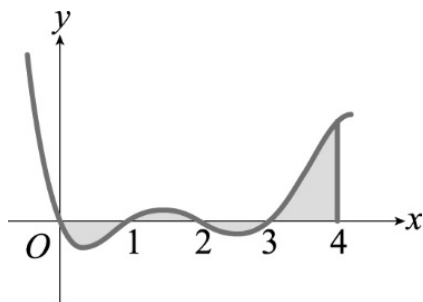
(1) $\int_0^4 f(x) dx$

(2) $-\int_0^4 f(x) dx$

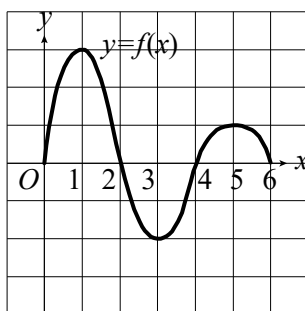
(3) $\int_0^4 |f(x)| dx$

(4) $\int_0^4 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$

(5) $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx - \int_3^4 f(x) dx$ 。



7. 設函數 $f(x) = x^2 + bx + 2$ ，若 $f(x)$ 在閉區間 $[0, 3]$ 內函數值的平均為 5，則 b 的值為下列哪一個選項？(1) -5 (2) -3 (3) -1 (4) 0 (5) $\frac{1}{2}$
8. 已知半徑為 r 的圓面積為 πr^2 ，則定積分 $\int_0^5 (\sqrt{25-x^2} + 2) dx$ 的值為下列哪一個選項？
- (1) $\frac{25\pi}{4} + 10$ (2) $25\pi + 10$ (3) $\frac{25\pi}{2} + 10$ (4) $\frac{9\pi}{4} + 10$ (5) $9\pi + 10$
9. 下圖為多項式函數 $y = f(x)$ 在閉區間 $[0, 6]$ 之間的圖形，且每個小格為邊長 1 的正方形，已知 $y = f(x)$ 的圖形通過以下七個點：
 $(0, 0), (1, 3), (2, 0), (3, -2), (4, 0), (5, 1), (6, 0)$ ，設 $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ ，試問下列哪一個選項正確？(1) $g(2) - 6 > 0$ (2) $f'(x) = g(x)$ (3) $g(3) < g(4)$
 (4) $g(x)$ 在 $x = 2$ 有極小值 (5) $g(x)$ 在 $x = 4$ 有極小值



二、多選題（占 16 分）

第 10 到 11 題劃記在答案卡所標記的列號（10—11），每題有 5 個選項，至少有一個是正確或最適當的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對得 8 分；答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯多於 2 個選項或該題未作答得 0 分。

10. 設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 是多項式函數，請選出正確的選項。

- (1) $\int_{2024}^x f(t) dt$ 是多項式函數
- (2) 若 $f'(x) = g'(x)$ ，則 $f(x) - g(x)$ 是常數函數
- (3) 若 $f''(x) = g''(x)$ ，則 $f(x) = g(x)$
- (4) 若 $\int_0^x f(t) dt = \int_0^x g(t) dt$ ，則 $f(x) = g(x)$
- (5) $\int_0^x f'(t) dt = \left(\int_0^x f(t) dt \right)'$

11. 已知某種產品 x 件的需求函數為 $D(x) = -0.3x^2 + 390$ (元)，供給函數為 $S(x) = 0.3x^2 + 6x + 30$ (元)，在市場均衡的狀況下，請選出正確的選項。
- (1) 市場均衡價格為每件 270 元
 - (2) 市場均衡數量為 20 件
 - (3) 此時消費者剩餘 2800 元
 - (4) 此時生產者剩餘 1600 元
 - (5) 此時生產者剩餘會小於消費者剩餘

三、選填題（占 30 分）

第 A 到 E 題劃記在答案卡所標記的列號（12–22），每題完全答對得 6 分；未作答或未完全答對得 0 分。

A. 定積分 $\int_1^4 (-3x^2 + 20x + 12) dx$ 的值為 ⑫⑬⑭。

B. 已知多項式 $f(x)$ 的第二階導函數為 $f''(x) = 12x^2 + 6x$ ，且其圖形在 $(1, 1)$ 處有水平切線，則 $f(2)$ 的值為 ⑮⑯。

C. 定積分 $\int_0^1 (6x(x^2 + 1)^2) dx$ 的值為 ⑰。

D. 設 a, b 為實數，且 $a > 0$ ，坐標平面上，設拋物線 $y = -x^2 + ax + 1$ 與直線 $y = -3ax + b$ 相切於點 $P(s, t)$ ，並設 $f(a) = \int_0^s (-x^2 + ax + 1) dx$ ，

則 $f(a)$ 的最大值為 $-\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ 。（化成最簡分數）

E. 三次函數 $f(x)$ 的領導係數為 1，在 $x = -1$ 時有極大值 0，且過原點，則函數 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸所圍成的封閉區

域的面積為 $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}\textcircled{22}}$ 。（化成最簡分數）