

台北市中山女高 113 下高二第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題 6 分。

1. 在坐標空間中，已知 $\overrightarrow{OA} = (1, 2, 2)$ ， $\overrightarrow{OB} = (-1, 2, 3)$ ， $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ，若 $s = 1$ ， $0 \leq t \leq 2$ ，試求所有 P 點所形成的圖形為？

- (1) 一點
- (2) 一線段
- (3) 一直線
- (4) 平行四邊形
- (5) 平行六面體

2. 行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 3 & -6 & 12 \\ 5 & 5 & 15 \end{vmatrix}$ 的值為何？

- (1) -30
- (2) -20
- (3) 0
- (4) 15
- (5) 30

3. 如圖所示， $ABCD - EFGH$ 為邊長等於 1 之正立方體。

若 P 點在立方體之內部且滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$ ，

則 P 點至直線 AD 之距離為何？

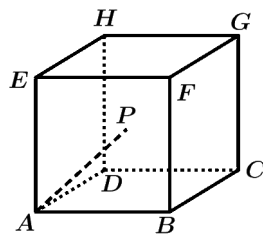
(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{2}{3}$

(3) $\frac{5}{6}$

(4) $\frac{\sqrt{13}}{4}$

(5) $\frac{\sqrt{145}}{12}$



4. 已知地面上 A 、 B 兩點相距 10 公尺，而 C 點在以 $\overline{AB}$ 為直徑的圓上，且 $\angle CAB = 60^\circ$ 。今在 A 點立一木桿垂直於地面，從桿頂 D 點到 B 點的距離為 15 公尺，如圖所示，若想從桿頂 D 點到 C 點之間拉一繩索，求此繩索 $\overline{CD}$ 的長度為多少公尺？

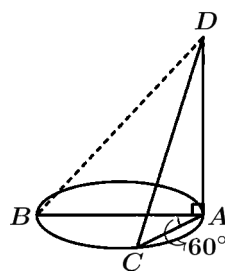
(1) $5\sqrt{3}$

(2) 10

(3) $5\sqrt{6}$

(4) 15

(5) $10\sqrt{3}$



5. 設 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 為空間中的三個向量，且 $\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = -5$ ，求由 $-\vec{a}$ ， $4\vec{b} - 3\vec{a}$ ， $3\vec{c}$ 所展成的平行六面體體積為何？

- (1) 5
- (2) 15
- (3) 45
- (4) 60
- (5) 180

二、多選題（占 24 分）

說明：第 6 題至第 8 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

6. 請選出正確的選項。

- (1) 若相異兩直線 L_1 與 L_2 有交點，則 L_1 與 L_2 共平面
- (2) 若直線 L_1 與平面 E 上的一直線 L_2 垂直，則 L_1 與 E 垂直
- (3) 在空間中，與二定點 A 、 B 距離相等之點所成的圖形為一直線
- (4) 過已知平面外一點，「恰有」一平面與此平面垂直
- (5) 過已知直線外一點，「恰有」一直線與此直線垂直

7. 已知空間中一點 $P(-3, 4, -5)$ ，請選出正確的選項。

- (1) 點 P 在 y 軸的投影點為 $(0, 4, 0)$
- (2) 點 P 在 y 軸的距離為 4
- (3) 點 P 在 xy 平面的投影點為點 Q ，直線 PQ 和 x 軸互為歪斜線
- (4) 點 P 關於 yz 平面的對稱點為 $(3, 4, -5)$
- (5) 已知點 R 為點 P 以 x 軸為對稱軸的對稱點，則點 R 到 yz 平面的距離為 3

8. 圖中， $O-ABCD$ 是一個各邊長均為 2 的四角錐， E 、 F 分別為線段 AB 和線段 CD 的中點， G 為正方形 $ABCD$ 的中心。請選出正確的選項。

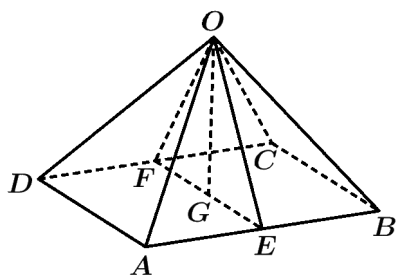
(1) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

(2) $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$

(3) 若 H 為 $\overline{OD}$ 中點， $\overrightarrow{HF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$

(4) $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OD}$

(5) $\angle FOG < \frac{\pi}{4}$



三、填充題（占 36 分）

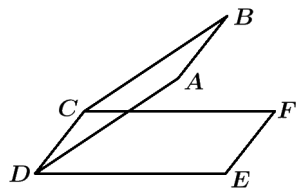
說明：第 9 題至第 14 題，每題 6 分。

9. $\triangle ABC$ 中， $A(-2, -1, 2)$ ， $B(0, 1, 3)$ ， $C(2, 1, 6)$ ， $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ，則 D 點坐標為

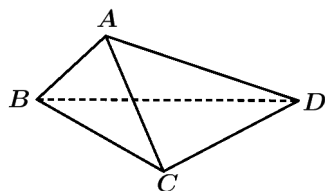
$\left(\frac{\textcircled{9-1}}{\textcircled{9-2}}, \textcircled{9-3}, \textcircled{9-4} \right)$ 。

10. 空間中三點 $A(2, 0, 3)$ 、 $B(10, -10, 7)$ 、 $C(4, -4, 7)$ ，若 H 為 $\triangle ABC$ 三高之交點（即垂心），則 $\overrightarrow{AH}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上之正射影為 $(\textcircled{10-1}, \textcircled{10-2} \textcircled{10-3}, \textcircled{10-4})$ 。

11. 空間中以 $\overline{CD}$ 為共同邊的兩矩形 $ABCD$ 、 $CDEF$ ，其中 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{DE} = 5$ ，若平面 $ABCD$ 與平面 $CDEF$ 的兩面角為 60° ，則 $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DF}$ 之值為 (11-1) (11-2)。



12. 如圖， $A-BCD$ 為一四面體，其中 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 兩兩垂直，且 $|\overrightarrow{AB}| = 1$ 、 $|\overrightarrow{AC}| = 2$ 、 $|\overrightarrow{AD}| = 3$ ，則 $|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}|$ 之值為 (12-1)。



13. 已知空間中三向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ ， $\vec{a} \times \vec{b} = (-2, 2, 1)$ 、 $\vec{a} \times \vec{c} = (2, 1, 2)$ 、 $|\vec{a}| = 6$ ，若 $\vec{a} = (x, y, z)$ 且 $z > 0$ ，則為 ((13-1) (13-2), (13-3) (13-4), (13-5))。

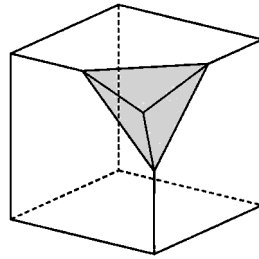
14. 已知 $\triangle ABC$ 的周長為 20，分別以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 為斜邊作兩個等腰直角三角形，以 $\overline{BC}$ 為一股長作等腰直角三角形，則三個等腰直角三角形的面積和之最小值為 (14-1) (14-2)。

第貳部分：混合題（占 10 分）

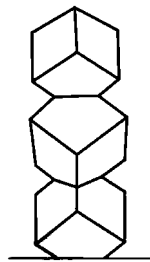
說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

15 — 17 題組

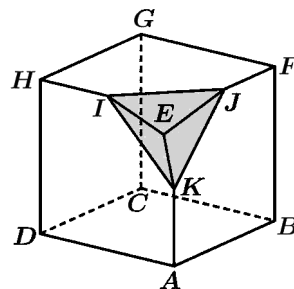
「哥倫布方塊」(Columbus Cube) 是將正立方體的一個角，沿著相鄰三邊的中點向正立方體內部凹陷形成的多面體，此凹陷處的角三個互相垂直的邊形成的，如下圖一，也因此可與另一個哥倫布方塊的凸角接合，故不須黏合就可將多個哥倫布方塊堆疊，形成「哥倫布塔」，如下圖二。下圖三為一個哥倫布方塊， E 點在正立方體內部，已知 $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{IE} = \overline{JE} = \overline{KE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$ 且 $\overrightarrow{EI}$ 、 $\overrightarrow{EJ}$ 、 $\overrightarrow{EK}$ 三向量兩兩互相垂直。



圖一 哥倫布方塊



圖二 哥倫布塔



圖三 哥倫布方塊

15. 小泓 製作一個多面體 後，將此多面體 嵌入一個哥倫布方塊的凹陷處，不但完全密合，且恰好形成一個完整的正立方體。那麼，這個多面體 為幾面體？(單選題，2分)

- (1) 四面體 (2) 五面體 (3) 六面體 (4) 八面體 (5) 十二面體

16. 以 $C(0,0,0)$ 為原點， $\overrightarrow{CD}$ 、 $\overrightarrow{CB}$ 、 $\overrightarrow{CG}$ 分別為 x 軸正向、 y 軸正向與 z 軸正向建立坐標系。設 $E(a,a,a)$ ，則 a 之值為何？(單選題，3分)

- (1) 3 (2) 4 (3) $3\sqrt{2}$ (4) 5 (5) $3\sqrt{3}$

17. 若將圖三的哥倫布方塊翻轉擺放，使得平面 IJK 與桌面重合，並將多個哥倫布方塊依序堆疊，即可形成哥倫布塔，如圖二。此時平面 $HGFJI$ 和桌面的二面角為 θ ，則 $\cos \theta$ 的絕對值 為何？(非選擇題，5分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 2 2. 1 3. 5 4. 3 5. 4

6. 15 7. 1345 8. 245

9. $\left(\frac{2}{3}, 1, 4\right)$

10. $(4, -8, 8)$

11. 19

12. 7

13. $(-2, -4, 4)$

14. 40

第貳部分：混合題

15. 3

16. 2

17. $\frac{\sqrt{3}}{3}$