

台中市文華高中 113 上高二第二次期中考

一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 6 分。

1. 設 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，若函數 $y = -1 + a^x + b$ 的圖形只通過第一三四象限，則下列哪一個選項正確？
- (1) $0 < a < 1$ 且 $b > 1$
 - (2) $0 < a < 1$ 且 $b < 1$
 - (3) $0 < a < 1$ 且 $b < 0$
 - (4) $a > 1$ 且 $b > 1$
 - (5) $a > 1$ 且 $b < 0$
2. 坐標平面上，直線 $x = 2$ 分別交函數 $y = \log x$ 、 $y = \log_2 x$ 的圖形於 P 、 Q 兩點；直線 $x = 10$ 分別交函數 $y = \log x$ 、 $y = \log_2 x$ 的圖形於 R 、 S 兩點。試問四邊形 $PQSR$ 的面積最接近下列哪一個選項？
- (1) 10
 - (2) 11
 - (3) 12
 - (4) 13
 - (5) 14

二、多選題（占 18 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

3. 關於下列大小順序，下列敘述何者正確？

(1) $\log_3 0.2 < \log_3 0.25 < \log_3 0.5$

(2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-0.7} < \left(\frac{1}{5}\right)^{-0.7} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-0.7}$

(3) $3^{100} + 4^{100} > 5^{100}$

(4) $\frac{3^{2023} + 3^{2025}}{2} < 3^{2024}$

(5) $\frac{\log 2023 + \log 2025}{2} > \log 2024$

4. 下列敘述何者正確？

(1) 方程式 $3^{|x|} = x$ 有實數解

(2) 方程式 $2^x = |\log x|$ 沒有實數解

(3) 方程式 $x^{10} = 10^x$ 有負實數解

(4) 方程式恰 $x^2 \cdot 2^x = 1$ 有 2 個實數解

(5) 方程式 $\cos x \cdot 2^x = 1$ 恰有無限多個正實數解

5. 在坐標平面上，設 P 點是拋物線 $y = -x^2 + x + 2$ 圖形上的一點，若 P 點的位置落在第一象限，請選出可能為 P 點的 x 坐標之值的選項。

(1) $(0.36)^{-0.5}$

(2) $3^{\log_3 \pi}$

(3) $\log \frac{1}{\sqrt{10}}$

(4) $\log 5$

(5) $\log_3 10$

三、填充題（占 70 分）

說明：第 6 題至第 15 題，每題 7 分。

6. 試求 $(\log_4 5 + \log_2 \sqrt{125})(\log_{25} 8 - \log_5 \frac{1}{4})$ 的值 (6-1)。

7. 試求 $\frac{(\log_5 \sqrt{2})(\log_7 9)}{(\log_5 \frac{1}{3})(\log_7 \sqrt[3]{4})}$ 的值 $\frac{\textcircled{7-1} \textcircled{7-2}}{\textcircled{7-3}}$ 。

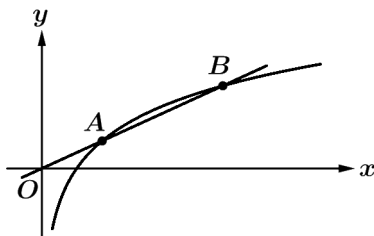
8. 已知 $x \neq 1$ ，試求方程式 $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_6 x = \log_2 x \cdot \log_4 x + \log_2 x \cdot \log_6 x + \log_4 x \cdot \log_6 x$ 的解為 $\textcircled{8-1}$ $\textcircled{8-2}$ 。

9. 試求所有滿足此方程式 $\log_x 4 - \log_2 x = 1$ 的實數解 x 總和為 $\frac{\textcircled{9-1}}{\textcircled{9-2}}$ 。

10. 不等式 $\log_{x-1}(x+5) > 2$ ， x 之範圍為 $\textcircled{10-1} < x < \textcircled{10-2}$ 。

11. 設 α 、 β 為方程式 $a^{|x|} + x^2 = 1$ 異於 0 的兩根，且 $a > 0$ ， $\alpha - \beta = 1$ ，求實數 a 的值為 $\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2} \textcircled{11-3}}$ 。

12. 如圖，過原點 O 的直線 L 與 $y = \log_2 x$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，若 $\overline{OA} : \overline{AB} = 1 : 2$ ，擇點 B 的 x 坐標為 $\textcircled{12-1} \sqrt{\textcircled{12-2}}$ 。



13. 若將 $\left(\frac{3}{5}\right)^{100}$ 以小數表示，在小數點後第 k 位數字開始不為 0，第一個不為零的數字為 a ，試求數對 $(a, k) = (\textcircled{13-1}, \textcircled{13-2} \textcircled{13-3})$ 。

14. 今有稀釋溶液的步驟如下：從濃度 8%，200 克的食鹽水溶液中，首次取出 20 克倒掉，再加入 20 克純水到原來的溶液中混合；第二次又從溶液中取出 20 克倒掉，再加入 20 克純水混合……，如此繼續操作數次，最後使得食鹽水的濃度低於 2%。試問至少要操作 $\textcircled{14-1} \textcircled{14-2}$ 次。

15. 放射性物質因為衰變，每經過一段固定時間，質量會變為原來的一半，則稱此固定時間為該放射性物質的半衰期。已經物質 A 的半衰期為 3.2 天，物質 B 的半衰期為 4 天，若測得一塊礦石中， A 、 B 兩種物質的殘餘量比為 15 : 4，則 16 天前，該礦石中物質 A 的含量是物質 B 的 $\frac{\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}}{\textcircled{15-3}}$ 倍。

參考答案

1. 5 2. 3

3. 1 4. 35 5. 14

6. 7

7. $\frac{-3}{2}$

8. 48

9. $\frac{9}{4}$

10. $2 < x < 4$

11. $\frac{9}{16}$

12. $3\sqrt{3}$

13. (6, 23)

14. 14

15. $\frac{15}{2}$