

臺中一中 113 學年度第 1 學期第 2 次期中考高二數學 A 試題 科目代碼：03

* 考生請注意，若未完整、正確填寫劃記班級、座號、姓名者，扣 10 分。

* 本試卷中，請以下列數值進行估計： $\log 2 \cong 0.3010$ 、 $\log 3 \cong 0.4771$ 、 $\log 7 \cong 0.8451$ 。

一、單選題（10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若 $a_n = \log_{n+1}(n+2)$ ，則 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 這 6 個數的乘積為以下哪一個值？

- (1) 2 (2) 2.5 (3) 3 (4) 3.5 (5) 4

2. 已知 $a = \log_2 3, b = \log_3 5, c = \frac{3}{2}$ ，試選出下列正確選項。

- (1) $a < b < c$ (2) $b < a < c$ (3) $c < a < b$
(4) $a < c < b$ (5) $b < c < a$ 。

二、多選題（30 分）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 10 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯大(等)於 3 個選項者，該題以零分計算。

3. 以下那些函數圖形可用 $y = 2^x$ 的圖形經過上下或左右平移得來？

- (1) $y = 2^{x+3}$ (2) $y = 2^{-x}$ (3) $y = 4^x$ (4) $y = 5 \times 2^x$ (5) $y = 2^{x-3} + 9$

4. 設 $xyz \neq 0$ ，且 $a^x = b^y = c^z \neq 0$ ，且 a, b, c 皆為不等於 1 的正實數，試選出正確的選項。

(1) 若 $a = 8, b = 4, c = 2$ ，則 $x : y : z = 2 : 3 : 6$

(2) 若 $ab = 1$ ，則 $\frac{x}{y} = -1$

(3) 若 $a < b < c$ ，則 $x > y > z$

(4) 若 $ab = c$ ，則 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$

(5) 若 $abc = 1$ ，則 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 之值為 0

5. 已知 A(5,6)、B、C、D(4,-3) 四點分別在 $y=a^x$ 、 $y=b^x$ 、 $y=\log_a x$ 及 $y=\log_b x$ 上，且這四點恰形成一個梯形，此梯形的上底及下底皆平行 $x+y=0$ ，試選出正確的選項。
- (1) $0 < a < 1$
 - (2) $0 < b < 1$
 - (3) 梯形的四頂點依相鄰順序為 A、C、B、D
 - (4) 梯形的高為 $5\sqrt{2}$
 - (5) 此梯形面積為 50

三、選填題（60 分）

說明：第 A 題至第 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑥ ~ ⑩)。每格完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知 $x = \log_3 2$, 則 $\frac{3^{3x} - 3^{-3x}}{3^x + 3^{-x}} = \frac{\textcircled{6}\textcircled{7}}{\textcircled{8}\textcircled{9}}$ 。

B. 已知 $\log_a b + 3\log_b a = \frac{13}{2}$ 且 $a > b > 1$, 則 $\frac{3b^2}{2a} = \frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11}}$ 。(答案化到最簡分數)

C. 已知 $\left(\frac{10}{19}\right)^x < 10^{-10}$ 的最小整數是 36, 則滿足 $\left(\frac{19}{10}\right)^y > 10^6$ 的最小正整數 y 為 ⑫⑬。

D. 化簡 $2\log_8(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}) + \log_8(2x - 2\sqrt{x^2-1}) = \frac{\textcircled{14}}{\textcircled{15}}$ 。(答案化到最簡分數)

E. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足下列兩個條件: (1) $a_n > 0, n=1, 2, 3, \dots$ (2) $a_5 a_{2n-5} = 3^{2n}, n \geq 3$ 。求 $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_{113} = \textcircled{16}\textcircled{17}\textcircled{18}\textcircled{19}$ 。

F. 求 $2^{\log 40} \times 25^{\log 6} \times 3^{\log_9 25 + \log 40} = \underline{\textcircled{20}\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}$ 。

G. x, y 為正實數且滿足 $x^{\sqrt{y}} = 8$ 且 $(\sqrt{x})^y = 4$ ，則 $y = \frac{\textcircled{24}\textcircled{25}}{\textcircled{26}}$ 。

H. 求 $2^{x-4} + 9 \times 2^{-x}$ 的最小值為 $\frac{\textcircled{27}}{\textcircled{28}}$ 。(答案化到最簡分數)

I. 令 $f(x) = 9^{x-4} \cdot 7^{2-x^2}$ ，若 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 有最大值，則 $3^{\frac{1}{\alpha}} = \underline{\textcircled{29}}$ 。

J. 小串先生為了一圓早餐店老闆的夢，就在 11 月 1 日跟銀行申請青創貸款 100 萬元，約定從 12 月 1 日開始每月還給銀行 1 萬元，依月利率 0.4% 複利計算，則小串先生至少需 $\underline{\textcircled{30}\textcircled{31}}$ 年就可還清 ($\log 1.004 \approx 0.0017$)

試題結束

市立臺中一中 113 學年度第 1 學期第 2 次期中考 高二數學 A 簡答

一、單選題

1. (3) 2. (5)

二、多選題

3. (1)(4)(5) 4. (1)(2)(4)(5) 5. (2)(4)

三、選填題

A. $\frac{63}{20}$

B. $\frac{3}{2}$

C. 22

D. $\frac{2}{3}$

E. 6441

F. 1080

G. $\frac{16}{9}$

H. $\frac{3}{2}$

I. 7

J. 11