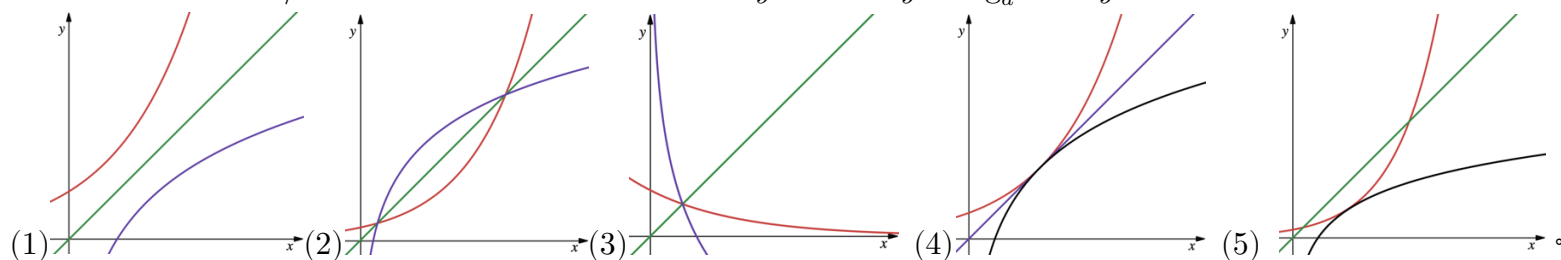


一、單選題 (占 20 分，每題 5 分)

說明：每題有5個選項，只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得5分；答錯或未作答者，該題以零分計算。

1. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，下列哪一個圖形最不可能 是 $y = a^x$ 、 $y = \log_a x$ 和 $y = x$ 同時出現的部分圖形？



2. 已知 $(113)^{1000}$ 的整數部分是 2054 位數，則 $\log 1.13$ 位於下列哪個區間之內？

(1) $[0.053, 0.054)$ (2) $[0.054, 0.055)$ (3) $[0.02053, 0.02054)$ (4) $[2.053, 2.054)$ (5) $[2.054, 2.055)$ 。

3. 某項實驗中培養了兩種菌， A 菌每經過 N 日後會增加為原本的 2 倍， B 菌每經過 M 日後會增加為原本的 4 倍，其中 N, M 為正數。在實驗開始時， A 菌數量是 B 菌的 2 倍，100 日後 A, B 菌的數量相同。則關於 N, M 的關係下列哪一個選項正確？

(1) $2 \times 2^{\frac{N}{100}} = 4^{\frac{M}{100}}$ (2) $1 + \frac{100}{N} = \frac{200}{M}$ (3) $1 + \frac{100}{N} = \frac{100}{M}$ (4) $1 + \log_2 \frac{100}{N} = \log_2 \frac{200}{M}$ (5) $1 + \log_2 \frac{100}{N} = \log_2 \frac{100}{M}$ 。

4. 設實數 a 滿足 $\frac{1}{9} < a < 1$ ，且直線 $y = 1$ 與兩個曲線 $y = \log_a x$ 和 $y = \log_{9a} x$ 交於 A, B 兩點；直線 $y = -1$ 與兩

個曲線 $y = \log_a x$ 和 $y = \log_{9a} x$ 交於 C, D 兩點。若四邊形 $ABCD$ 為長方形，則 a 的值為？

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (5) $\frac{2}{3}$ 。

二、多選題 (占 20 分，每題 10 分，每個選項 2 分)

說明：每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，每答對一個選項得2分；所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 關於下列不等式，試選出正確的選項。(參考數據： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771$)

(1) $\log_3 2024 < \log_3 113$ (2) $(\log_8 4)^{-5} > (\log_8 4)^{-7}$ (3) $\log_4 \frac{1}{3} < \log_3 \frac{1}{4}$ (4) $\frac{\log 17 + \log 29}{2} < \log 23$ (5) $2^{79} > 3^{50}$ 。

6. 試選出下列各方程式中**沒有**實數解的選項。

(1) $\log(x^2 + 4x + 12) = 0$ (2) $-x = \log_{0.5} x$ (3) $1 - x = 2^x$ (4) $x = \log x^4$ (5) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} - x = 0$ 。

三、填充題 (占 42 分，每格 7 分)

說明：請將正確答案在答案卷之「填充題答案區」作答，答案需**完全答對**才給分。

7. 已知 $3 + \log_2 45 - 2\log_2 3 = \log_2 N$ ，其中 N 為正整數，則 $N =$ _____。

8. 方程式 $2\log(1-x) = \log(7-x)$ 的解為 $x =$ _____。

9. 已知 a 為正實數。 Γ 的圖形可由 $y = 2^x$ 的圖形以 x 軸為基準線，鉛直伸縮為原來的 4 倍得到，亦可由 $y = 2^x$ 的圖形 移 a 單位得到。則 $(\text{ }, a) =$ _____，其中 只可填入上、下、左、右。

10. 已知 t 為正實數， $y = t \log x$ 的函數圖形和 $y = 7^x$ 的函數圖形對稱於 $y = x$ ，則 $t =$ _____。

11. 貨幣具有時間價值，在不同時間點的價值不同。舉例來說，假設年初存 10000 元，年利率為 10%，若以複利計息，每年計息一次，兩年後期滿的本利和是 $10000 \times (1 + 10\%)^2 = 12100$ 元。反過來說，兩年後的 12100 元換成今天的價值為 $\frac{12100}{(1 + 10\%)^2} = 10000$ 元，以此定義未來貨幣在今天的價值為現值(PV, Present Value)。假設年利率為 10%，考慮複利計息，每年計息一次，至少要 n 年後的 100 萬的現值才會低於 20 萬，則 $n =$ _____。(無條件進入至整數位)
- (參考數據： $\log 1.1 \approx 0.0414, \log 2 \approx 0.3010$)

12. 設 $1 < a < b$ ，考慮坐標平面上四點 $A(a, \log_2 a), B(b, \log_2 b), C(a, \log_8 a), D(b, \log_8 b)$ ，若直線 $\overline{AB}$ 和直線 $\overline{CD}$ 的 y 截距相同，且 $a^b = 100$ ，則 b^{2a} 的值為 _____。

四、混合題(占 18 分)

說明：本部分共有 1 個題組，配分標於題末。選擇題、填充題與非選擇題限在「混合題答案區」作答，非選擇題作答時請由左而右橫式書寫，且作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13,14 題為題組

令 $f(x) = (\log x) \times (\log_2 x)$ 、 $g(x) = \log x + \log_2 x$ ，試回答下列問題：

13. 關於下列有關 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的敘述，試選出正確的選項。(多選題，10 分，1 個選項 2 分)

(1) $\log_2 x = \frac{\log x}{\log 2}$ (2) $\frac{1}{\log 2} = \log_2 1$ (3) $f(x) = \frac{(\log x)^2}{\log 2}$ (4) $1 + \log_2 10 = \log_2 11$ (5) $g(x) = \log x \times \log 20$

14. 求不等式 $f(x) > g(x)$ 的解為 _____。(非選擇題，8 分)

五、加分題(占 10 分)

說明：本部分共有 1 個題組，請將正確答案在答案卷之「加分題答案區」作答，答案需完全答對才給分。

15,16 題為題組

15. 令 $t = 2^x + 2^{4-x}$ ，當 $x = a$ 時， t 有最小值 b ，則數對 $(a, b) =$ _____。(填充題，4 分)

16. 設 $f(x) = [2^{2x} + 2^{2(4-x)}] - 16(2^x + 2^{4-x}) + 60$ ， $0 \leq x \leq 3$ ，則 $f(x)$ 的最小值為 _____。(填充題，6 分)

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度 第一學期 第二次期中考 答案卷

高二數學

命題範圍：指數與對數函數

班級：____ 座號：____ 姓名：_____

一、單選題(占 20 分，每題 5 分)二、多選題(占 20 分，每題 10 分，每個選項 2 分)

1	2	3	4	5	6

分數

三、填充題 (占 42 分，每格 7 分)

7	8	9	10	11	12

四、混合題 (占 18 分)

13	(多選題，10 分，1 個選項 2 分)
14	

五、加分題 (占 10 分，第 15 題 4 分，第 16 題 6 分)

15	16

一、單選題(占 20 分，每題 5 分)二、多選題(占 20 分，每題 10 分，每個選項 2 分)

1	2	3	4	5	6
5	1	2	3	4	12

分數

三、填充題 (占 42 分，每格 7 分)

7	8	9	10	11	12
40	-2	(左,2)	$\log_7 10(=\frac{1}{\log 7})$	17	10000

四、混合題 (占 18 分)

13	13 (多選題，10 分，1 個選項 2 分)
14	$f(x)=\frac{(\log x)^2}{\log 2}$，$g(x)=\log_2 20 \times \log x$ ($f(x), g(x)$ 都對 1 分) 令 $t=\log x$ $f(x)>g(x) \Rightarrow \frac{t^2}{\log 2} > \log_2 20 \times t$ $\Rightarrow t^2 - t \log 20 > 0 \Rightarrow t(t - \log 20) > 0$ (2 分) $\Rightarrow t = \log x > \log 20$ 或 $t = \log x < 0 = \log 1$ (判斷 t 範圍正確 2 分) 考慮真數為正 ($x > 0$) (2 分) $\Rightarrow x > 20$ 或 $0 < x < 1$ (1 分) *如果沒判斷真數，答案寫成 $x > 20$ 或 $x < 1$，最高給 6 分

五、加分題 (占 10 分，第 15 題 4 分，第 16 題 6 分)

15	16
(2,8)	-36

