

新竹市新竹高中 113 上高一第一次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 81 分）

一、單選題（占 15 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1. 將 $(x^3 + 1)(x^4 + x^2 + 1)$ 做因式分解，則下列哪個選項不是其因式？

(1) $x + 1$

(2) $x^2 + x + 1$

(3) $x^2 - x + 1$

(4) $(x^2 + x + 1)^2$

(5) $(x^2 - x + 1)^2$

2. 已知 $\log m = 2.6$ ，則 m 最接近下列哪個選項的值？

(1) 300

(2) 400

(3) 500

(4) 600

(5) 700

3. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ ，若 $|ax - 3| > b$ 的解為 $x > 3$ 或 $x < -7$ ，則下列哪個選項的敘述是**正確**的？

(1) $a = 1$

(2) $a = \frac{3}{2}$

(3) $b = \frac{15}{2}$

(4) $b = -\frac{15}{2}$

(5) $b = 5$

1

二、多選題（占 24 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

4. 已知 $x \in \mathbb{R}$ ，則下列各選項的敘述何者正確？

(1) 不等式 $\frac{x^2 + 16}{2} \geq 4x$ 恆成立

(2) 若 $\frac{x^2 + 16}{2} = 4x$ ，則 $x = 4$

(3) 當 $\frac{x^2 + 16}{2} = 4x$ 時， $x^2 + 16$ 有最小值

(4) $x^2 + 16 + \frac{4}{x^2 + 16} \geq 4$ 恆成立

(5) $x^2 + 16 + \frac{4}{x^2 + 16}$ 的最小值為 4

5. 已知 $a, b, m, n > 0$ ，則下列各選項的敘述何者正確？

(1) 若 $a + b\sqrt{2} = m + n\sqrt{2}$ ，則 $a = m$ 且 $b = n$

(2) 若 $\sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$ ，則 $\begin{cases} m + n = a \\ mn = b \end{cases}$

(3) 若 $\begin{cases} m + n = a \\ mn = b \end{cases}$ ，則 $\sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$

(4) 若 $\begin{cases} m + n = a \\ mn = b \end{cases}$ ，則 $a^2 \geq 4b$

(5) 若 $\begin{cases} m + n = a \\ mn = b \end{cases}$ ，則 $(m^2 - n^2)^2 = a^4 - 4a^2b$

6. 下列各選項的敘述何者正確？

(1) $\frac{3\sqrt{6} + 2\pi}{5} < \frac{4\sqrt{6} + 3\pi}{7}$

(2) $\frac{13}{37}$ 化為小數後，小數點以下第 50 位數字為 3

(3) $0.\overline{26} \div 0.\overline{14} = 1.\overline{81}$

(4) 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ，則 2^{50} 是 15 位數

(5) 若 $\left(\frac{2}{5}\right)^6$ 化為小數後，小數點後第 m 位開始不為 0 且小數點後第一個開始不為 0 的數字為 n ，則數對 $(m, n) = (3, 4)$

三、填充題（占 42 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題 6 分。

7. 已知數線上有三點 $A(-8)$ 、 $B(10)$ 、 $P(x)$ ，若 $\overline{PA} : \overline{PB} = 7 : 2$ ，求 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 。（兩解）

8. 試計算 $\frac{2^{1-\pi} \times 8^{\pi-1}}{4^{\pi-2}} + \left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} - \sqrt[6]{\frac{1}{9}} \times \sqrt[3]{\sqrt{243}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

9. 已知 $a, b > 0$ ，且滿足 $\log(ab^2) = 8 + \log 1.28$ ， $\log(a^2b) = 7 + \log 3.2$ ，
求 $\log(a+b) = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。

10. 已知 $n \in \mathbb{N}$ ，且 $\sqrt{2}$ 介於 $\frac{n+4}{n}$ 與 $\frac{n+5}{n+1}$ 之間，求 $n = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。

11. 已知 $x \in \mathbb{R}$ ，求不等式 $|x+2| + |x-1| \leq 5$ 的解，
並以區間表示為 $\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。

12. 已知 $a, b > 0$ ，且 $a^2 = b^2 + 2$ ，若 $\frac{a^2 + b^2 - ab}{a - b} + \frac{a^2 + b^2 + ab}{a + b} = 8$ ，
求 $b = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。

13. 已知 $x > 1$ ，且當 $x = a$ 時， $x + \frac{2}{x} + \frac{16x}{x^2 + x + 2}$ 有最小值 m ，
求數對 $(a, m) = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。

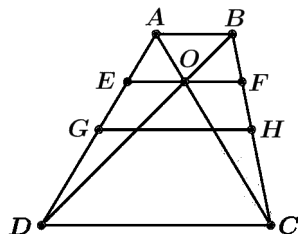
4

第貳部分：混合題（占 19 分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

14 — 15 題組

如圖，已知有一四邊形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 平行， $\overline{AB}$ 且長為 a ， $\overline{CD}$ 長為 b ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 O 點，過 O 點作與 $\overline{AB}$ 平行的線段，分別交兩腰 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 於 E 、 F ，而 G 、 H 分別為兩腰 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 的中點。



14. 試以 a, b 表示 $\overline{EF}$ 長 = $\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ ； $\overline{GH}$ 長 = $\underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$ 。(各 3 分)

15. 試比較 $\overline{EF}$ 長與 $\overline{GH}$ 長的大小；並說明 $\overline{EF}$ 長與 $\overline{GH}$ 長相等時，四邊形 $ABCD$ 為何種四邊形。(5 分)

16 — 17 題組

已知在某個音律系統中，依序有 88 個不同的音符，每個音符都會對應一個正數頻率 (單位：赫茲 Hz)，而相鄰音符後者比前者的頻率比值為定值 a 且 $a > 0$ 。今假設第一個音符的頻率為 x (Hz)，其中 $x > 0$ ，第二個音符的頻率即為 xa (Hz)，第三個音符的頻率即為 xa^2 (Hz)，以此類推；試根據上述條件回答下列問題。

16. 下列敘述何者正確？(單選題，3 分)

- (1) 若 x 與 a 皆為無理數，則此 88 個音符的頻率皆為無理數
- (2) 若此 88 個音符的頻率皆為無理數，則 a 為有理數
- (3) 若有某兩個音符的頻率為有理數，則此 88 個音符的頻率皆為有理數
- (4) 若此 88 個音符的頻率中至少有 45 個為有理數，則 a 為有理數
- (5) 若 x 為有理數，而 a 為無理數，則此 88 個音符的頻率中最少有 43 個為無理數

17. 若有某兩個不相鄰的音符，後者比前者的頻率比值為 2，即對任意 $n \in \mathbb{N}$ ， $2 \leq n \leq 87$ ，滿足 $a^n = 2$ 。試證明 a 為無理數。(非選擇題，5 分)

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 4 2. 2 3. 3

4. 124 5. 345 6. 135

7. 6 或 $\frac{86}{5}$

8. $6 - \sqrt{3}$

9. 3

10. 9

11. $[-3, 2]$

12. $\sqrt{2}$

13. (2, 7)

第貳部分：混合題

14. $\overline{EF} = \frac{2ab}{a+b}$; $\overline{GH} = \frac{a+b}{2}$

15. $\overline{EF} \leq \overline{GH}$; 平行四邊形

16. 4 或 5

17. 略

7