

桃園市武陵高中 113 下高一第二次期中考

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分）

一、多選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

1. 下列敘述何者正確？

(1) $\frac{P_6^{10}}{C_6^{10}} = 720$

(2) $C_5^{10} + C_6^{10} = C_5^{11}$

(3) $C_0^3 + C_1^4 + C_2^5 + C_3^6 + \cdots + C_7^{10} = 165$

(4) $C_0^{10} + C_2^{10} + C_4^{10} + C_6^{10} + C_8^{10} + C_{10}^{10} = 512$

(5) $C_0^7 - 2C_1^7 + 4C_2^7 - 8C_3^7 + \cdots - 128C_7^7 = 1$

2. 以下有四種從袋中取球的方式，設每次取球時，袋中每顆球被取出的機率均相等：

A：袋中有 4 顆相同的白球、3 顆相同的黑球，一次從袋中取出兩顆球紀錄顏色。

B：袋中有 4 顆不同的白球、3 顆不同的黑球，一次從袋中取出兩顆球紀錄顏色。

C：袋中有 4 顆相同的白球、3 顆相同的黑球，從袋中取出一球並記錄顏色後不放回，再從袋中取出一球記錄顏色。

D：袋中有 4 顆相同的白球、3 顆不同的黑球，從袋中取出一球並記錄顏色後放回，再從袋中取出一球記錄顏色。

若考慮上述各種取球方式中，取出的兩個球顏色不同（不需區分先後順序）的機率，分別記作 P_A 、 P_B 、 P_C 、 P_D ；並將取出的白球數量 期望值分別記作 E_A 、 E_B 、 E_C 、 E_D ，則下列敘述何者正確？

(1) $P_A = P_B$

(2) $P_A = P_C$

(3) $P_A = P_D$

(4) $E_A = E_C$

(5) $E_A = E_D$

3. 高一某班級共有 40 人，浪愛社對此班級做問卷調查班上養狗與養貓的人數。從問卷資料可知此班級有 27 人有養狗，而 16 人有養貓。若同時有養狗與養貓的人數為 a ；有養狗但沒有養貓的人數為 b ；有養貓但沒有養狗的人數為 c ；沒有養狗也沒有養貓的人數為 d ，請選出正確的選項。

(1) a 可能為 0

(2) d 可能為 0

(3) $b > a$

(4) $c = 16 - a$

(5) $c + d = 13$

二、選填題（占 30 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題 6 分。

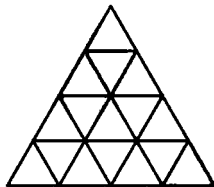
4. 選填題的每個格子分別有 1~9、0、-、± 這 12 種可能性，但在符合填答格式的答案當中，0 不能被放在最前面，- 及 ± 只能被放在最前面。若本題答案為 3 格，且出題老師大放送告訴你第二格要填 1，請問本題尚有 (4-1) (4-2) (4-3) 種符合填答格式的答案。（僅考慮符合填答格式與否，例如 -43、520 都是符合填答格式的答案，但 024 就不是）

5. 已知兩個集合 $A = \left\{2, 4, a^2 - \frac{5}{2}a\right\}$ 、 $B = \{a, a+2, k\}$ ，其中 a 、 k 為實數，若 $A = B$ ，則所有可能 k 的和為 (5-1)。

6. 有一個 200 毫升的小杯子及一個 500 毫升的大杯子，若每次取一杯裝滿水後注入一個容量為 2200 毫升的水桶，則在需考慮裝水的順序之下，有 (6-1) (6-2) 種方式可以恰好裝滿這個水桶。（水不可漏出來）

7. 在 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2x^2\right)^{10}$ 的展開式中，常數項為 (7-1) (7-2) (7-3)。

8. 由圖中的這些線條，總共可以決定 (8-1) (8-2) 個平行四邊形。



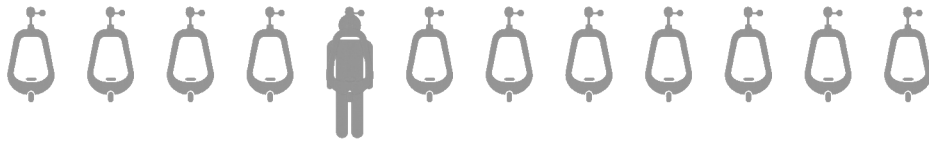
三、題組（占 36 分）

說明：第 9 題至第 14 題，每題 6 分。

霍元甲、孔乙己、薑丙人、阿拉丁 4 個男生，跟 小 A 辣、哆啦 B 夢、C 度瑞拉、D 塔滴 4 個女生是高中同班同學，試回答下列問題：

9. 武陵高中 70 週年校慶舉辦泡泡足球大賽，規定上場人數為 5 人，且 5 人中至少 2 男 1 女。這 8 位同學想要報名，而 霍元甲 是主力球員，一定要上場比賽，則有 (9-1) (9-2) 種上場組合方式。
10. 社團關聯到了，8 人參加同一團社團，社團規定玩遊戲時只能有 5 個人下場玩，且必須排成一直列。因為 C 度瑞拉 與 D 塔滴 都是嗨咖可以帶氣氛，所以兩個人至少要有一個人下台玩。但其實兩人私下有心結，所以她們排隊時並不會相鄰，如此一來，會有 (10-1) (10-2) (10-3) (10-4) 種排列方式。
11. 上國文課時，國文老師教了一個繞口令「牛郎年年戀劉娘，劉娘年年念牛郎」。搞怪的阿拉丁此時心理想：「從這 14 個字中選出 4 個字，會有 (11-1) (11-2) (11-3) 種組合數。」
12. 假日到了，8 人想出去遊玩，便招了三輛不同的計程車，若每輛計程車最多只能載 3 個乘客，若孔乙己既不想與小 A 辣坐同一輛，也不想與哆啦 B 夢坐同一輛，若不考慮車中的座位位置，有 (12-1) (12-2) (12-3) 種車的方法。
13. 霍元甲、孔乙己、薑丙人、小 A 辣、哆啦 B 夢、C 度瑞拉 六人相約去買每杯 50 元的飲料，其中三個男生各帶了一個 50 元的硬幣，三個女生則各帶了一張 100 元的紙鈔。若每人買一杯而且各自付錢，而店員剛好沒有任何其他零錢可供找零，則此六人可以順利付錢的順序有 (13-1) (13-2) (13-3) 種。（需要先有人付了 50 元的硬幣，付 100 元的人才會拿零錢可以找）

14. 網路男生間流傳著「小便斗理論」，許多人倡導「男生的國際禮儀就是上小便斗至少要隔一格」。今天霍元甲、孔乙己、薑丙人3個男生一起去巨城百貨公司逛街，去上廁所時發現居然有一整排12個小便斗，而且已經有個男人在使用了其中一個（如圖），若他們相約要遵守上述男生的國際禮儀，則有 (14-1) (14-2) (14-3) 種分配小便斗的方法。



第貳部分：混合題（占10分）

說明：本部分共有1題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用2B鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

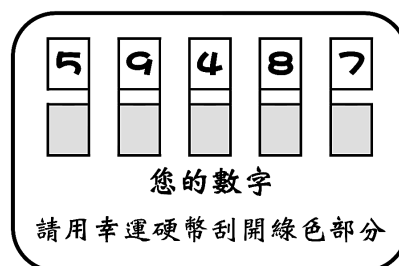
15 — 16 題組

孫戊空買了一張刮刮樂，如右圖：

此張刮刮樂兌獎規則如下：

刮開下方「您的數字」每個位置的數字可以跟正上方的「賓果數字」做比較，共有下列三種獎項：

獎項	條件	獎金
特大獎	五個位置的上下數字全部一樣	10000 元
頭獎	其中恰四個位置上下數字一樣	4000 元
好彩頭獎	其中恰三個位置上下數字一樣	1000 元
※ 獎項不得重複領取，以獎金高的獎項為主		



15. 若綠色部分每一格只會出現0~9的數字，而且每個數字出現的機率均等（數字可以重複出現），試求此張刮刮樂中好彩頭獎的機率。（非選擇題，5分）

16. 若一張刮刮樂售價50元，對於孫戊空而言，試求此張刮刮樂的期望值。（非選擇題，5分）

加分題（占5分）

說明：第17題。

17. 設下列符號皆有意義，試敘述一種情境說明 $C_{10}^{2025} C_{20}^{2015} C_{30}^{1995} = C_{30}^{2025} C_{20}^{1995} C_{10}^{1975}$ 恆成立。

參考答案

第壹部分：選擇（填）題

1. 124 2. 1245 3. 245

4. 110

5. 5

6. 34

7. 180

8. 45

9. 34

10. 5040

11. 127

12. 900

13. 180

14. 240

第貳部分：混合題

15. $\frac{81}{10000}$

16. -40

17. 略